

## Problème 1

Au cours de ce problème, nous envisagerons deux situations différentes d'un petit anneau M de masse  $m$ , considéré comme ponctuel, soumis à la pesanteur et susceptible de se déplacer sans frottements le long d'une tige OA, de longueur  $\ell$ , effectuant des mouvements de rotation caractérisés par une vitesse angulaire  $\omega$  constante autour d'un axe fixe vertical ( $\Delta$ ) passant par son extrémité O.

*Le référentiel lié au laboratoire sera considéré comme galiléen.*

L'espace est rapporté au repère cartésien  $(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$  lié au laboratoire et tel que :

$\vec{e}_x$  : vecteur unitaire de l'axe horizontal Ox.

$\vec{e}_y$  : vecteur unitaire de l'axe horizontal Oy.

$\vec{e}_z$  : vecteur unitaire de l'axe vertical Oz.

On pourra lors des calculs vectoriels utiliser les vecteurs unitaires  $\vec{e}_r, \vec{e}_\theta$  et  $\vec{e}_T$  définis de la manière suivante :

$\vec{e}_r$  : vecteur unitaire du plan  $(Oxy)$  dirigé suivant la projection de la tige dans le plan  $(Oxy)$  et orienté dans le sens  $\overrightarrow{OA}$  de la tige.

$\vec{e}_\theta$  : vecteur unitaire du plan  $(Oxy)$ , perpendiculaire au vecteur  $\vec{e}_r$  et tel que le repère  $(O, \vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$  soit un repère direct.

$\vec{e}_T$  : vecteur unitaire de la tige et orienté de O vers A.

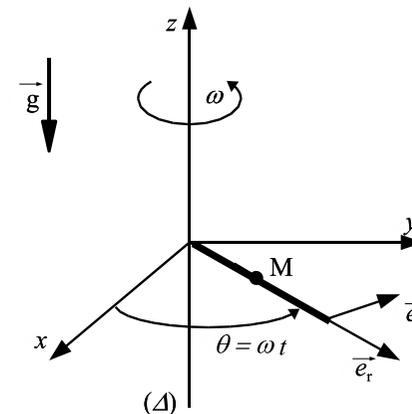
### Première partie : la tige OA est dans le plan horizontal

La tige OA se trouve dans le plan horizontal  $(Oxy)$  et tourne autour de l'axe vertical ( $\Delta$ ) à la vitesse angulaire constante  $\omega$ . L'axe ( $\Delta$ ) est ainsi confondu avec l'axe Oz.

Dans ce cas on a donc :  $\vec{e}_r = \vec{e}_T$ .

L'anneau est libéré sans vitesse initiale par rapport à la tige à une distance  $r_0$  du point O ( $r_0 < \ell$ ).

On repère la position de l'anneau sur la tige par la distance  $r$  entre le point O et l'anneau M ( $r = OM$ ).



*L'étude est menée dans le référentiel lié à la tige.*

1/ L'anneau est soumis à son poids, aux forces d'inertie et à la réaction de la tige. Faire un schéma sur lequel apparaissent ces forces. Ecrire l'expression vectorielle du poids et des forces d'inertie en fonction de  $m, g, \omega, r$  et des vecteurs unitaires définis précédemment.

Quels sont les vecteurs unitaires qui portent les composantes de la réaction de la tige ?

2/ En appliquant le principe fondamental de la dynamique, établir l'équation différentielle vérifiée par  $r(t)$ .

3/ Intégrer cette équation différentielle en prenant en compte les conditions initiales définies précédemment et déterminer la solution  $r(t)$  en fonction de  $r_0, \omega$  et  $t$ .

4/ En déduire l'expression du temps  $\tau$  que va mettre l'anneau pour quitter la tige. On exprimera  $\tau$  en fonction de  $r_0, \ell$  et  $\omega$ .

5/ Déterminer l'expression de la vitesse  $\vec{v}'_f$ , calculée dans le référentiel lié à la tige, de l'anneau lorsqu'il quitte la tige en fonction de  $\omega, r_0, \ell$  et d'un ou plusieurs des vecteurs unitaires définis précédemment.

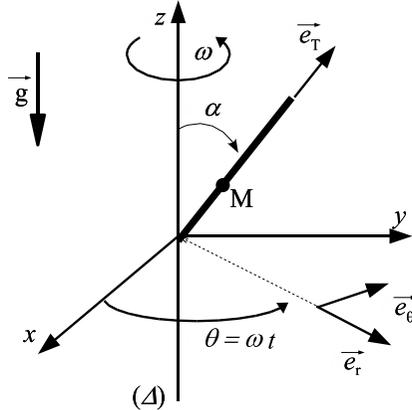
En déduire l'expression de la vitesse  $\vec{v}_f$ , calculée dans le référentiel lié au laboratoire, de l'anneau lorsqu'il quitte la tige en fonction de  $\omega, r_0, \ell$  et d'un ou plusieurs des vecteurs unitaires définis précédemment.

### Deuxième partie : la tige fait un angle $\alpha$ quelconque avec l'axe ( $\Delta$ )

La tige OA fait maintenant un angle  $\alpha$  ( $\alpha < \frac{\pi}{2}$  rad) avec l'axe  $(\Delta)$ . La tige tourne autour de  $(\Delta)$  avec la vitesse angulaire constante  $\omega$ .

On repère la position de l'anneau sur la tige par la distance  $r$  entre le point O et l'anneau M ( $r = OM$ ).

L'anneau est libéré sans vitesse initiale par rapport à la tige à une distance  $r_0$  du point O ( $r_0 < \ell$ ).



L'étude est menée dans le référentiel lié à la tige.

**6/** L'anneau est soumis à son poids, aux forces d'inertie et à la réaction de la tige. Faire un schéma sur lequel apparaissent ces forces.

Ecrire l'expression vectorielle du poids et des forces d'inertie en fonction de  $m$ ,  $g$ ,  $\omega$ ,  $r$ ,  $\alpha$  et des vecteurs unitaires définis précédemment.

**7/** En appliquant le principe fondamental de la dynamique, établir l'équation différentielle vérifiée par  $r(t)$ .

**8/** Intégrer cette équation différentielle en prenant en compte les conditions initiales définies précédemment et déterminer la solution  $r(t)$  en fonction de  $r_0$ ,  $\alpha$ ,  $g$ ,  $\omega$  et  $t$ .

**9/** Déterminer la position d'équilibre  $r_{\text{eq}}$  de l'anneau sur la tige. Exprimer  $r_{\text{eq}}$  en fonction de  $\omega$ ,  $\alpha$  et  $g$ .

Montrer qu'il ne peut exister une position d'équilibre de l'anneau sur la tige OA que si la vitesse angulaire  $\omega$  est supérieure à une valeur seuil  $\omega_0$  que l'on déterminera. Exprimer  $\omega_0$  en fonction de  $\alpha$ ,  $\ell$  et  $g$ .

**10/** On se place dans le cas où  $\omega > \omega_0$ , l'anneau étant dans sa position d'équilibre. On écarte légèrement l'anneau de cette position d'équilibre.

Déterminer, en la justifiant, l'orientation de la résultante des forces appliquées à l'anneau ? En déduire si l'équilibre est stable ou instable.

## Problème 2

Dans ce problème, les effets de bord seront systématiquement ignorés.

On considère un plan infini situé dans le vide en  $x = 0$ , uniformément chargé avec une densité surfacique de charges  $\sigma$ , positive.

**1.** En raisonnant sur les symétries du problème, déterminer la direction du champ électrique en tout point de l'espace. Quel est le sens du champ électrique en tout point ?

**2.** Déterminer le module du champ électrique en tout point où le champ est défini. Donner l'expression vectorielle du champ électrique.

**3.** Tracer l'allure de la courbe donnant le module du champ en fonction de  $x$ . Quelle propriété du champ électrostatique est vérifiée à la traversée du plan chargé ?

**4.** Déterminer le potentiel en tout point. Peut-on utiliser la convention classique pour choisir la constante d'intégration ?

**5.** On considère maintenant deux plans infinis, orthogonaux à l'axe  $Ox$ . Ces plans, désignés par (1) et (2), sont respectivement situés en  $x = 0$  et  $x = d\ell (> 0)$  et chargés à la densité surfacique  $+\sigma$  et  $-\sigma$ . L'ensemble est situé dans le vide. Déterminer le champ électrostatique en fonction de  $x$  en tout point de l'espace en exploitant les questions précédentes.

**6.** Il s'agit en réalité de deux plans conducteurs supposés infinis, d'épaisseur négligeable. L'ensemble des deux plans parallèles séparés par du vide constitue un condensateur plan. Ce condensateur est chargé sous une tension  $U = V_1 - V_2$ , positive ( $V_1$  étant le potentiel de l'armature (1)).

En s'inspirant de la relation vue en électrocinétique entre la charge d'un condensateur et la tension à ses bornes, établir l'expression de la capacité  $C$  de ce condensateur plan.

On considérera la capacité associée aux deux surfaces  $S$  en regard, les effets de bord étant négligés.

Application numérique :  $d\ell = 1,00$  cm et  $S = 25,0$  cm<sup>2</sup>.

**7.** On souhaite retrouver le champ créé par un plan infini sans exploiter le théorème de GAUSS. Pour cela on suivra la démarche suivante.

i) Déterminer par un calcul direct le potentiel créé en un point M de l'axe  $Ox$  par un anneau de centre O, de rayon  $\rho$  placé dans le plan  $Oyz$  et chargé uniformément avec la densité  $\lambda$ .

ii) On considère maintenant un disque de rayon  $R$  de centre O placé dans

le plan  $Oyz$  chargé uniformément avec la densité  $\sigma$ . Montrer qu'on peut le décomposer en plusieurs anneaux concentriques d'épaisseur élémentaire  $dr$  de rayon  $r$  chargés avec une densité linéique  $\sigma dr$ . Déduire du potentiel calculé précédemment le potentiel en un point  $M$  de l'axe du disque.

- iii) Déduire du potentiel précédent, l'expression du champ électrostatique sur l'axe du disque.
- iv) Retrouver le champ créé par le plan chargé uniformément avec la densité  $\sigma$ .

## Problème 3

Ce problème comporte trois parties indépendantes :

La partie **I** porte sur l'acidité totale d'un vin.

La partie **II** porte sur la détermination de l'alcoolémie dans le sang.

La partie **III** porte sur la cinétique d'élimination de l'alcool dans l'organisme.

Données à 298K :

Constantes d'acidité :

Couple	$H_3Ci/H_2Ci^-$	$H_2Ci^- / H_2Ci^{2-}$	$H_2Ci^{2-} / Ci^{3-}$
$pK_A$	5,1	3,1	4,8
$H_2M/HM^-$	$HSu/Su^-$	$(SO_2, H_2O)/HSO_3^-$	$HSO_3^- / SO_3^{2-}$
3,5	6,4	1,8	6,9
$HA/A^-$	$H_3PO_4 / H_2PO_4^-$	$H_2PO_4^- / HPO_4^{2-}$	$HPO_4^{2-} / PO_4^{3-}$
4,8	2,2	7,2	12,3
$H_2T/HT^-$	$H^- / T^{2-}$	$(CO_2, H_2O)/HCO_3^-$	$HCO_3^- / CO_3^{2-}$
3,0	4,3	6,4	10,3

Produit de solubilité :  $FePO_4$  :  $pK_s = 21,9$

Potentiels standard à pH = 0 :

couple	$E^\circ$
$CH_3COOH / CH_3CH_2OH$	$E^\circ_1 = 0,04 \text{ V}$
$Cr_2O_7^{2-} / Cr^{3+}$	$E^\circ_2 = 1,33 \text{ V}$
$I_{2(aq)} / I^-$	$E^\circ_3 = 0,62 \text{ V}$
$S_4O_6^{2-} / S_2O_3^{2-}$	$E^\circ_4 = 0,22 \text{ V}$

Données à 20°C : masse volumique de l'éthanol :  $\rho = 0,79 \text{ kg.L}^{-1}$

Masses molaires ( $\text{g.mol}^{-1}$ ) :

éthanol ( $CH_3CH_2OH$ ) : 46 ; hydrogène (H) : 1 ; carbone (C) : 12

Numéro atomique : Cr : 24 ; Nombre de masses : Cr : 52

Définitions :

**A : alcoolémie dans le sang** = quantité d'éthanol exprimée en g par litre de sang.

**$d^\circ$  : degré alcoolique d'un vin** = nombre de millilitres d'éthanol contenus dans 100 millilitres de vin à 20°C.

### I - DÉTERMINATION DE L'ACIDITÉ TOTALE D'UN VIN

Un vin contient naturellement de nombreux acides faibles ; les acides tartrique ( $H_2T$ ), malique ( $H_2M$ ), citrique ( $H_3Ci$ ), lactique ( $HL$ ), succinique ( $HSu$ ) et acétique ( $HA$ ) sont par ordre décroissant les plus abondants. A ces acides viennent se rajouter le dioxyde de carbone, formé par la fermentation anaérobie de sucres, et le dioxyde de soufre introduit pour améliorer la conservation du vin.

Après avoir éliminé le dioxyde de carbone dissout dans un vin, on prélève 10  $cm^3$  de ce vin, auxquels on ajoute un volume  $V$  d'une solution titrée de soude à  $0,1 \text{ mol.L}^{-1}$ . L'évolution du pH en fonction du volume  $V$  de soude versée est précisée par le graphe de la page suivante :

**I-1-** L'acidité totale d'un vin décarbonaté est donnée par le nombre de millimoles d'ions  $OH^-$  nécessaires pour amener le pH d'un litre de vin à la valeur 7. La calculer.

**I-2-** Après avoir rappelé les domaines de prédominance pour un couple acido-basique, préciser quelles acidités ont été neutralisées par la soude lorsque le pH de la solution est égal à 7. L'acidité mesurée ne prend-elle en compte que l'acidité naturelle du vin ?

**I-3-** Une oxydation par aération des ions  $Fe^{2+}$  solubles dans le vin entraîne la formation d'ions  $Fe^{3+}$ . L'ajout de phosphate d'ammonium  $(NH_4)_3PO_4$ , pour favoriser le développement des levures, apporte des ions  $PO_4^{3-}$ . Une concentration trop élevée en ions  $Fe^{3+}$  et  $PO_4^{3-}$  peut entraîner la précipitation de  $FePO_4$ , altérant la limpidité du vin. Il s'agit de la casse phosphato-ferrique.

On procède à une addition de  $13,4 \cdot 10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}$  de phosphate d'ammonium au vin précédemment étudié. Cela modifie peu le pH qui reste égal à 3,4.

**I-3-1-** Sous quelle forme prédominante trouve-t-on les phosphates dans le vin?

**I-3-2-** Déterminer à partir de quelle concentration en ions  $\text{Fe}^{3+}$ , on observe la précipitation du phosphate de fer III.

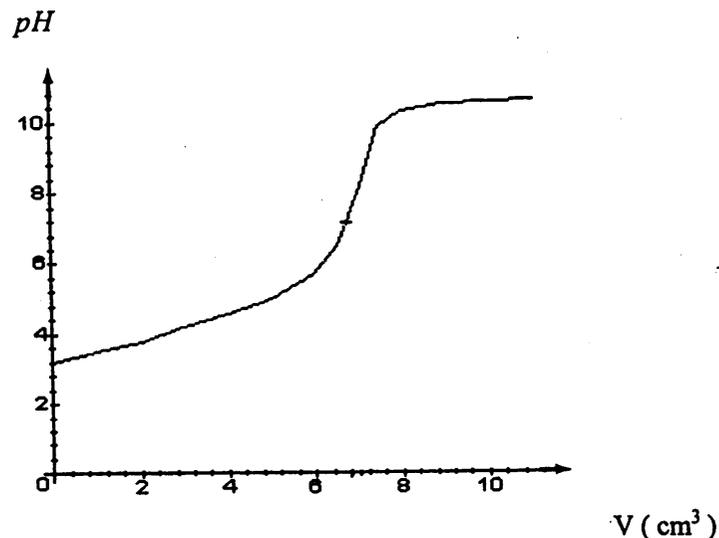


Figure 1

## II - DÉTERMINATION DE L'ALCOOLÉMIE DANS LE SANG

La méthode chimique officielle de CORDEBARD nécessite une étape de séparation de l'alcool par distillation avec une solution saturée d'acide picrique, suivie d'un dosage par oxydation nitro-chromique.

Dans le ballon d'un appareil de distillation, on introduit  $60 \text{ cm}^3$  de solution aqueuse saturée d'acide picrique, puis, lentement,  $5 \text{ cm}^3$  de sang. On recueille ainsi environ  $35 \text{ cm}^3$  de distillat qu'on complète à  $40 \text{ cm}^3$  au moyen d'eau distillée.

On prélève  $5 \text{ cm}^3$  du distillat ainsi obtenu qu'on mélange dans un erlenmeyer à  $10 \text{ cm}^3$  d'une solution nitrique de dichromate de potassium à  $\frac{1}{120} \text{ mol.L}^{-1}$ . Au bout de 10 minutes, on dilue au moyen de  $100 \text{ cm}^3$  d'eau distillée et on ajoute en mélangeant  $10 \text{ cm}^3$  de solution d'iodure de potassium à 5%.

On titre l'iode libéré à l'aide d'une solution de thiosulfate de sodium à  $\frac{1}{20} \text{ mol.L}^{-1}$  jusqu'à disparition de la coloration jaune et apparition d'une coloration verte. On note  $V_0$  le volume de thiosulfate de sodium utilisé, exprimé en  $\text{cm}^3$ .

**II-1-1-** Quelle est la composition d'un atome de chrome? Dans quelle colonne du tableau périodique se trouve le chrome, sur quelle ligne?

**II-1-2-** Quel est le nombre d'oxydation du chrome dans l'ion dichromate?

**II-2-1-** Écrire l'équation bilan de la réaction d'oxydation de l'éthanol par le dichromate de potassium.

**II-2-2-** Déterminer la constante d'équilibre de la réaction d'oxydation de trois moles d'éthanol.

**II-2-3-** Exprimer le nombre de moles de dichromate réagissant avec l'éthanol prélevé, en fonction de  $A$ , l'alcoolémie du sang.

**II-3-1-** Écrire les deux autres réactions intervenant dans le dosage de l'excès de dichromate de potassium.

**II-3-2-** Exprimer l'excès, en nombre de moles, de dichromate, en fonction de  $V_0$ .

**II-3-3-** En déduire que  $A = k(10 - V_0)$  où  $A$  est exprimé en  $\text{g.L}^{-1}$  et  $V_0$  en  $\text{cm}^3$ . Déterminer  $k$ .

## III - ABSORPTION ET ÉLIMINATION DE L'ALCOOL DANS L'ORGANISME

Un homme de 90 kg boit un verre de volume  $V = 120 \text{ mL}$  d'alcool d'un degré alcoolique  $d^\circ$  égal à  $12^\circ$ . On note  $M$  la masse molaire de l'éthanol.

**III-1-** L'absorption de l'éthanol à travers la muqueuse digestive se fait par diffusion passive. On considère que le nombre de moles absorbées par unité de temps est proportionnel à chaque instant au nombre de moles non encore absorbées. Soit  $k_1$  la constante de proportionnalité. Le tableau ci-dessous représente l'évolution au cours du temps  $t$ , exprimé en minutes, du nombre de moles  $x$  d'éthanol absorbé.

$x$ (millimoles)	71	122	202	228	235
$t$ (min)	2	4	10	15	18

**III-1-1-** Calculer le nombre de moles,  $a$ , d'éthanol ingéré, en fonction de  $d^\circ$ ,  $\rho$ ,  $V$ ,  $M$ .

**III-1-2-** Établir la loi  $x(t)$ , d'après le modèle proposé.

**III-1-3-** Calculer  $k_1$  par une méthode graphique et une méthode numérique. Pour cette dernière, on précisera le coefficient de corrélation.

**III-2-** On considère que la répartition de l'alcool dans l'ensemble des compartiments hydriques et de l'appareil circulatoire d'un volume  $V_1$  égal à 55 litres est assez rapidement homogène. Intervient alors l'élimination de l'alcool par oxydation dans les hépatocytes. La cinétique de l'élimination est en principe d'ordre zéro, de constante de vitesse  $k_2 = 4 \text{ mmol.L}^{-1}.\text{h}^{-1}$ .

**III-2-1-** Exprimer, en fonction de  $M$  et de  $k_2$ , la variation par unité de temps de l'alcoolémie dans le sang, due à l'élimination par oxydation.

**III-2-2-** On suppose que l'élimination ne modifie pas la loi d'absorption. Exprimer la variation par unité de temps de l'alcoolémie dans le sang par absorption en fonction de  $M$ ,  $V_1$  et  $\frac{dx}{dt}$ . En déduire l'expression de  $\frac{dA}{dt}$  en fonction de  $a$ ,  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $M$ ,  $V_1$ ,  $t$ .

**III-2-3-** Au bout de combien de temps l'alcoolémie est-elle maximale? Combien vaut-elle?

**III-3-** La formule de WIDMARK permet de remonter théoriquement de l'alcoolémie maximale à la masse d'alcool ingéré :

$$m_0 = A_{max} \times r \times m$$

avec

$m_0$  : masse d'alcool ingéré (exprimée en g)

$A_{max}$  : alcoolémie maximale (exprimée en  $\text{g.L}^{-1}$ )

$m$  : masse de la personne

$r$  : coefficient de répartition ( $r = 0,7 \text{ L.kg}^{-1}$  pour un homme, représente le volume massique hydrique).

Que pensez-vous du modèle cinétique exploité?

# Commentaires et correction :

## Problème 1

Pour résoudre cet extrait de problème CCP TSI 2007, il faut évidemment connaître les relations qui permettent de calculer les forces d'inertie. Il s'agit d'un cas classique de rotation uniforme d'un référentiel par rapport à un référentiel galiléen, cas traité dans le cours et à connaître impérativement sur le bout des doigts.

Les erreurs les plus fréquentes ont été :

- Les propriétés de la réaction de l'axe. En absence de frottement, tout ce que l'on peut dire est que cette force est perpendiculaire à l'axe de la tige. Rien n'indique qu'on peut écrire  $\vec{R} = -m\vec{g}$ , et d'ailleurs c'est faux car la force de Coriolis entre en jeu ici.
- L'établissement de l'équation différentielle : il paraît évident que cette équation s'obtient en projetant la RFD sur la tige de façon à se débarrasser de la force de réaction qui est a priori inconnue.
- La résolution de l'équation différentielle : à ce stade de l'année ce ne devrait plus être une source d'erreurs ! Comment pouvez vous imaginer l'anneau en train d'osciller avec ce système ? La solution sous forme sinusoïdale heurte le bon-sens.

## Problème 2

Pour l'étude des symétries du champ  $\vec{E}$ , il reste des imperfections dans certaines copies. Quelques erreurs rencontrées :

- Les plans (Oxy) et (Oxz) sont bien sûr des plans de symétrie, mais ce qui nous intéresse ce sont les plans passant par M.
- C'est  $E_x$  qui ne dépend pas de  $y$  et  $z$  du fait de l'invariance par translation et pas  $E(M)$  a priori.
- pensez à la symétrie par rapport au plan de la nappe.

Bien étudier la résolution de la question 7. sur la décomposition du disque en plusieurs anneaux. Cette partie a été souvent mal présentée.

## Problème 3

Pensez à bien répondre aux questions : exemple de la première question de ce problème où on demandait l'acidité du vin. Beaucoup ont fait le calcul du nombre de moles de soude à ajouter mais n'ont pas conclu sur l'acidité du vin.

Sur la partie I, les diagrammes de prédominance des espèces acide-base sont corrects, notamment celui du triacide acide phosphorique. Souvent  $\text{H}_2\text{PO}_4^-$  est identifié comme l'espèce prédominante. Mais à la question suivante, c'est bizarrement  $\text{PO}_4^{3-}$  qui prend toute la concentration en phosphates.

Beaucoup d'erreurs sur la position du chrome dans le tableau périodique et sur le nombre d'oxydation dans l'ion dichromate. Les réponses sont dans les chapitres ATOM 1 et SOLAQ 5 !

Il faut absolument savoir équilibrer une équation redox et calculer sa constante à partir des  $E^\circ$ .

Le dosage en retour n'était pas simple à analyser. Je n'ai trouvé que très peu de réponse correctes. Peu de réussite aussi sur la partie de cinétique qui n'est pas classique mais finalement abordable. L'alcoolémie varie pour deux raisons : absorption à travers la paroi digestive et oxydation par les hépatocytes. Il y a donc deux terme dans l'expression de  $\frac{dA}{dt}$ .

Personne n'est parvenu correctement au bout de l'étude de l'alcoolémie et de la méthode de WIDMARK.

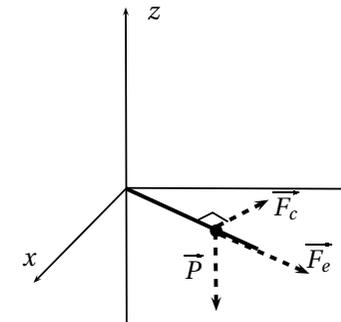
## Problème 1

### Première partie : la tige OA est dans le plan horizontal

1/ Dans le référentiel lié à la tige en rotation, donc non-galiléen, M est soumis aux forces suivantes :

- son poids :  $\vec{P} = -mg\vec{e}_z$
- la force d'inertie d'entraînement :  $\vec{F}_e = m\omega^2\vec{OM} = m\omega^2 r\vec{e}_r$
- la force d'inertie de CORIOLIS :  $\vec{F}_c = -2m\omega\vec{e}_z \wedge \dot{r}\vec{e}_r = -2m\omega\dot{r}\vec{e}_\theta$
- le contact anneau-tige étant sans frottement, la réaction est normale à la tige, elle a donc des composantes sur  $\vec{e}_\theta$  et  $\vec{e}_z$

La figure suivante représente le poids et les forces d'inertie.



2/ La Relation Fondamentale de la Dynamique (RFD) appliquée dans le référentiel non-galiléen de la tige à l'anneau M donne en projection sur  $\vec{e}_r$  :

$$m\ddot{r} = m\omega^2 r$$

soit l'équation différentielle :  $\ddot{r} - \omega^2 r = 0$ .

3/ La solution générale de cette équation est :

$$r = A \exp(-\omega t) + B \exp(\omega t)$$

À la date  $t = 0$ , on a donc  $r = r_0 = A + B$  et  $\dot{r}_0 = 0 = -\omega A + \omega B$ , ce qui conduit à :

$$A = B = \frac{r_0}{2} \quad \text{d'où} \quad r = \frac{r_0}{2} [\exp(-\omega t) + \exp(\omega t)] = r_0 \operatorname{ch}(\omega t)$$

4/ L'anneau quitte la tige lorsque  $r = \ell$  soit pour  $\tau = \frac{\operatorname{argch} \frac{\ell}{r_0}}{\omega}$ .

5/ Dans le référentiel de la tige, la vitesse de l'anneau est donnée par :

$$\vec{v} = \dot{r} \vec{e}_r = r_0 \omega \operatorname{sh}(\omega t) \vec{e}_r$$

À l'instant  $\tau$ , on a donc la vitesse :

$$\vec{v}_f = r_0 \omega \operatorname{sh}(\omega \tau) \vec{e}_r = r_0 \omega \sqrt{\operatorname{ch}^2(\omega \tau) - 1} \vec{e}_r$$

ce qui conduit finalement à :  $\vec{v}_f = \omega \sqrt{\ell^2 - r_0^2} \vec{e}_r$ .

Dans le référentiel du laboratoire, la composition des vitesses conduit à :

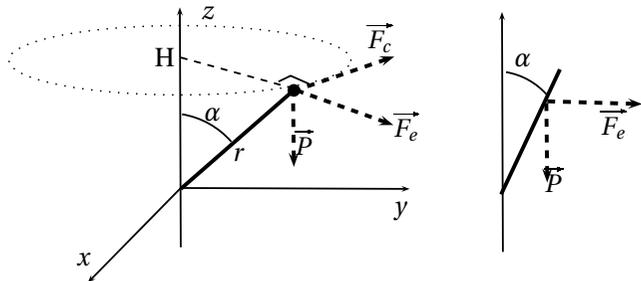
$$\vec{v}_f = \vec{v}_e + \vec{v}_r = \ell \omega \vec{e}_\theta + \omega \sqrt{\ell^2 - r_0^2} \vec{e}_r$$

## Deuxième partie : la tige fait un angle $\alpha$ quelconque avec l'axe ( $\Delta$ )

6/ Dans le référentiel lié à la tige en rotation, donc non-galiléen, M est soumis aux forces suivantes :

- son poids :  $\vec{P} = -mg \vec{e}_z$
- la force d'inertie d'entraînement :  $\vec{F}_e = m\omega^2 \overline{HM} = m\omega^2 r \sin \alpha \vec{e}_r$
- la force d'inertie de CORIOLIS :  $\vec{F}_c = -2m\omega \vec{e}_z \wedge \dot{r} \vec{e}_r = -2m\dot{r} \sin \alpha \vec{e}_\theta$
- le contact anneau-tige étant sans frottement, la réaction est normale à la tige.

La figure suivante représente le poids et les forces d'inertie.



7/ La Relation Fondamentale de la Dynamique (RFD) appliquée dans le référentiel non-galiléen de la tige à l'anneau M donne en projection sur  $\vec{e}_r$  :

$$m\ddot{r} = -mg \cos \alpha + m\omega^2 r \sin^2 \alpha$$

soit l'équation différentielle :  $\ddot{r} - \omega^2 \sin^2 \alpha r = -g \cos \alpha$ .

8/ La solution générale de l'équation précédente est :

$$r = A \exp(-\omega \sin \alpha t) + B \exp(\omega \sin \alpha t) + \frac{g \cos \alpha}{\omega^2 \sin^2 \alpha}$$

Les conditions initiales conduisent à :

$$r(t=0) = r_0 = A + B + \frac{g \cos \alpha}{\omega^2 \sin^2 \alpha}$$

$$\dot{r}(t=0) = 0 = -A\omega \sin \alpha + B\omega \sin \alpha$$

On en déduit :

$$A = B = \frac{1}{2} \left[ r_0 - \frac{g \cos \alpha}{\omega^2 \sin^2 \alpha} \right] \quad \text{d'où} \quad r = \left[ r_0 - \frac{g \cos \alpha}{\omega^2 \sin^2 \alpha} \right] \operatorname{ch}(\omega \sin \alpha t) + \frac{g \cos \alpha}{\omega^2 \sin^2 \alpha}$$

9/ À l'équilibre  $\ddot{r} = 0$  d'où  $r_{\text{éq}} = \frac{g \cos \alpha}{\omega^2 \sin^2 \alpha}$

Il ne peut exister une position d'équilibre sur l'anneau que si  $r_{\text{éq}} < \ell$  soit pour :

$$\omega > \omega_0 = \sqrt{\frac{g \cos \alpha}{\ell \sin^2 \alpha}}$$

10/ Lorsqu'on écarte légèrement l'anneau de sa position d'équilibre :

- si  $r > r_{\text{éq}}$   $F_e$  augmente alors que  $P$  ne varie pas, l'anneau continue à monter et s'éloigne de sa position d'équilibre.
- si  $r < r_{\text{éq}}$   $F_e$  diminue alors que  $P$  ne varie pas, l'anneau continue à descendre et s'éloigne de sa position d'équilibre.

On constate que l'équilibre est *instable*.

## Problème 2

1. Le champ est défini en tout point M hors du plan  $x = 0$ . Notons H le projeté de M sur le plan  $x = 0$ . Tous les plans contenant la droite (HM) sont des plans de symétrie de la distribution de charges, donc ils contiennent

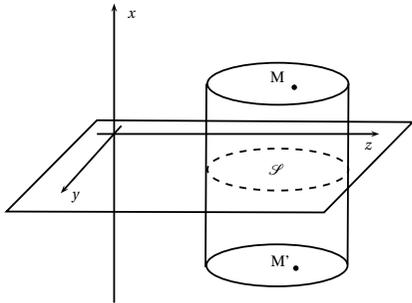
La symétrie étant invariante dans toute translation suivant  $Oz$  et  $Oy$ , on a :  $E(\vec{M}) = E_z(z) \vec{e}_z$ .

Comme  $\sigma$  est positive le champ a le sens des charges vers me point M, c'est à dire que pour  $x > 0$ , on a  $E_x(x) > 0$ .

2. Pour un point  $M'(-z)$  symétrique de  $M(x)$ , on a  $\vec{E}(M') = \text{sym}_{Oyz} \vec{E}(M)$  soit :

$$E_x(-x)\vec{e}_x = -E_x(x)\vec{e}_x$$

Appliquons le théorème de GAUSS à la surface cylindrique de section quelconque  $\mathcal{S}$  d'axe  $Ox$  avec M et M' sur ses cotés supérieur et inférieur (cf figure)



Le flux est donné par :

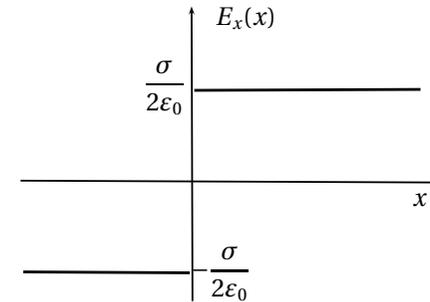
$$\begin{aligned} \Phi &= \oiint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \iint_{\text{dessus}} \vec{E} \cdot d\vec{S} + \iint_{\text{dessous}} \vec{E} \cdot d\vec{S} + \iint_{\text{coté}} \vec{E} \cdot d\vec{S} \\ &= \iint_{\text{dessus}} E_x(x)\vec{e}_x dS\vec{e}_x + \iint_{\text{dessous}} E_x(-x)\vec{e}_x dS(-\vec{e}_x) + 0 \\ &= E_x(x) \iint_{\text{dessus}} dS + E_x(x) \iint_{\text{dessous}} dS \\ &= 2E_x(x)\mathcal{S} \end{aligned}$$

Le théorème de Gauss  $\oiint \vec{E} d\vec{S} = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0}$  donne alors :

$$2E_x(x)\mathcal{S} = \frac{\sigma\mathcal{S}}{\epsilon_0} \quad \text{d'où} \quad E_x(x) = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

Finalement, on a  $\vec{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}\vec{e}_x$  pour  $x > 0$  et  $\vec{E} = -\frac{\sigma}{2\epsilon_0}\vec{e}_x$  pour  $x < 0$

3. Le champ est uniforme au-dessus et en dessous du plan chargé, donc le module du champ est constant.



À la traversée de la surface chargée, on a la relation de passage du champ électrostatique :

$$\begin{aligned} \vec{E}_2 - \vec{E}_1 &= \frac{\sigma}{2\epsilon_0}\vec{e}_x - \left(-\frac{\sigma}{2\epsilon_0}\vec{e}_x\right) \\ &= \frac{\sigma}{\epsilon_0}\vec{e}_x = \frac{\sigma}{\epsilon_0}\vec{n}_{1 \rightarrow 2} \end{aligned}$$

4. Le potentiel vérifie la relation  $\vec{E} = -\text{grad}V = -\frac{\partial V}{\partial x}\vec{e}_x - \frac{\partial V}{\partial y}\vec{e}_y - \frac{\partial V}{\partial z}\vec{e}_z$ .

On en déduit pour  $z > 0$  :

$$\begin{cases} \frac{\partial V}{\partial x} = -\frac{\sigma}{2\epsilon_0} \\ \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \\ \frac{\partial V}{\partial z} = 0 \end{cases}$$

$V$  ne dépend donc ni de  $z$ , ni de  $y$ . L'intégration par rapport à  $x$  donne  $V = -\frac{\sigma}{2\epsilon_0}x + V_1$ .

Le même calcul donne pour  $x < 0$   $V = +\frac{\sigma}{2\epsilon_0}x + V_2$ . On ne peut pas appliquer la convention habituelle car il y a des charges à l'infini.

On peut en revanche imposer au potentiel d'être continu et choisir  $V = 0$  en  $x = 0$ . On a alors :

$$V = -\frac{\sigma}{2\epsilon_0}x \text{ pour } x > 0 \text{ et } V = +\frac{\sigma}{2\epsilon_0}x \text{ pour } x < 0$$

5. On raisonne en utilisant le principe de superposition :

$$\text{pour } x > d\ell : E_x(x) = +\frac{-\sigma}{2\epsilon_0} + \frac{\sigma}{2\epsilon_0} = 0$$

$$\text{pour } d\ell < x < 0 : E_x(x) = -\frac{-\sigma}{2\epsilon_0} + \frac{\sigma}{2\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

$$\text{pour } 0 < x : E_x(x) = -\frac{-\sigma}{2\epsilon_0} - \frac{\sigma}{2\epsilon_0} = 0$$

Le champ est donc nul sauf entre les deux plaques où  $\vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{e}_x$ .

6. On considère deux surfaces  $\mathcal{S}$  en regard. Ils portent les charges  $\pm\sigma\mathcal{S}$ . La différence de potentiel est liée au champ électrostatique :

$$V_1 - V_2 = - \int_1^2 dV = - \int_1^2 \vec{\text{grad}}V \cdot d\vec{M} = \int_1^2 \vec{E} \cdot d\vec{M} = \int_{x_1}^{x_2} \frac{\sigma}{\epsilon_0} dx = \frac{\sigma}{\epsilon_0} d\ell$$

La capacité est défini par :

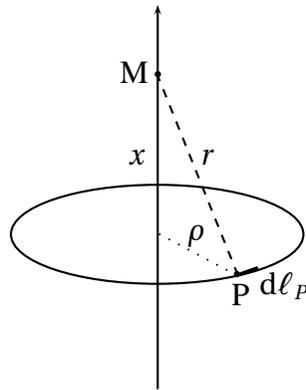
$$C = \frac{Q_1}{V_1 - V_2} = \frac{\sigma\mathcal{S}}{\frac{\sigma}{\epsilon_0} d\ell} = \frac{\epsilon_0\mathcal{S}}{d\ell}$$

L'application numérique conduit à  $C = 22 \text{ pm}$

7.

i) Le potentiel se calcule en M par :

$$V(M) = \int_{P \in \text{anneau}} \frac{\lambda d\ell_P}{4\pi\epsilon_0 r} = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 r} \int_{P \in \text{anneau}} d\ell_P = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 r} 2\pi\rho = \frac{\lambda\rho}{2\epsilon_0\sqrt{x^2 + \rho^2}}$$

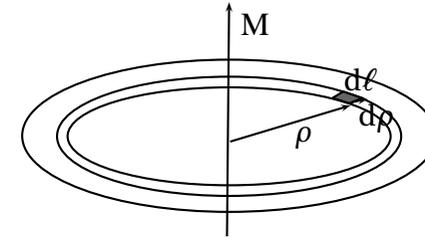


ii) Considérons maintenant le disque de rayon  $R$ . Il se décompose en petit anneau de largeur  $d\rho$  et de rayon  $\rho$ . Une petite longueur  $d\ell$  de cet anneau porte la charge :

$$\sigma d\rho d\ell = \lambda d\ell$$

et donc crée en un point M de son axe le potentiel :

$$dV(M) = \frac{\rho\sigma d\rho}{2\epsilon_0\sqrt{x^2 + \rho^2}}$$



Le potentiel créé par le disque s'obtient par intégration des expressions précédentes pour  $\rho$  allant de 0 à  $R$  :

$$V(M) = \int_0^R dV = \int_0^R \frac{\sigma 2\rho d\rho}{4\epsilon_0\sqrt{x^2 + \rho^2}} \\ = \left[ \frac{\sigma}{4\epsilon_0} 2\sqrt{x^2 + \rho^2} \right]_0^R = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left[ \sqrt{x^2 + R^2} - \sqrt{x^2} \right]$$

iii) Tous les plans contenant l'axe  $Ox$  sont des plans de symétrie de la distribution, donc, pour un point M de l'axe, le champ électrostatique vérifie :  $\vec{E}(M) = E_x(x)\vec{e}_x$

On sait par ailleurs que  $\vec{E}(M) = -\vec{\text{grad}}_M V$ . On en déduit ici, en considérant l'expression du gradient en coordonnées cartésiennes :

$$\vec{E}(M) = -\frac{\partial V}{\partial x} \vec{e}_x = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left[ \frac{1}{2} \frac{2x}{\sqrt{R^2 + x^2}} + \frac{1}{2} \frac{2x}{\sqrt{x^2}} \right] \vec{e}_x = \frac{\sigma x}{2\epsilon_0} \left[ \frac{1}{\sqrt{R^2 + x^2}} + \frac{1}{\sqrt{x^2}} \right] \vec{e}_x$$

iv) On fait tendre  $R$  vers l'infini dans l'expression précédente, il vient :

$$\vec{E}(M) = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \frac{x}{\sqrt{x^2}} \vec{e}_x$$

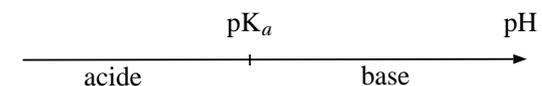
ce qui redonne le résultat obtenu à la question 4.

## Problème 3

### I - DÉTERMINATION DE L'ACIDITÉ TOTALE D'UN VIN

I-1- Il a fallu verser  $7 \text{ cm}^3$  de soude  $0,1 \text{ mol.L}^{-1}$  donc  $0,7$  millimole d'ions  $\text{OH}^-$  pour  $10 \text{ cm}^3$  de vin d'où une acidité totale de  $70$ .

I-2- Pour un couple acide/base de constante d'acidité, le diagramme de prédominance est donné ci-dessous :

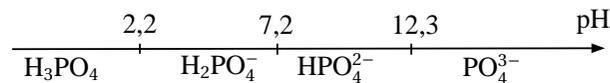


Pour un couple donné, quand  $\text{pH} = 7$  est dans la zone basique, l'acide a été neutralisé donc tous les couples acido-basiques dont le  $\text{pK}_a$  est inférieur à 7 ont été neutralisés.

L'acidité totale ne prend pas en compte uniquement les acides naturels car le dioxyde de carbone dissous naturel a été éliminé et du dioxyde de soufre a été ajouté. Le dioxyde de carbone dissous avec un  $\text{pK}_a$  de 6,4 eût été neutralisé aux 4/5, et le dioxyde de soufre introduit avec un  $\text{pK}_a$  de 1,8 est totalement neutralisé.

### I-3-

**I-3-1-** Le diagramme de prédominance de l'acide phosphorique a l'allure suivante :



Au pH du vin, soit  $\text{pH} = 3,4$ , les phosphates sont majoritairement sous la forme  $\text{H}_2\text{PO}_4^-$ .

**I-3-2-** Utilisant la relation  $\text{pH} = \text{pK}_a + \log(\text{base}/\text{acide})$  et prenant pour valeur de la concentration en  $\text{H}_2\text{PO}_4^-$ , forme majoritaire,  $13,4 \times 10^{-4} \text{ mol/L}$  on écrit :  $3,4 = 7,2 + \log \frac{[\text{H}_2\text{PO}_4^-]}{13,4 \times 10^{-4}}$ . On réitère pour le couple  $\text{HPO}_4^{2-} / \text{PO}_4^{3-}$  d'où  $3,4 = 12,3 + \log \frac{[\text{PO}_4^{3-}]}{[\text{HPO}_4^{2-}]}$ .

On en déduit  $[\text{PO}_4^{3-}] = 0,27 \times 10^{-15} \text{ mol/L}$ .

Le phosphate de fer III précipite quand sa concentration est telle que  $[\text{Fe}^{3+}][\text{PO}_4^{3-}] = 10^{-21,9}$  soit  $[\text{Fe}^{3+}] = 4,7 \times 10^{-7} \text{ mol/L}$ .

## II - DÉTERMINATION DE L'ALCOOLÉMIE DANS LE SANG

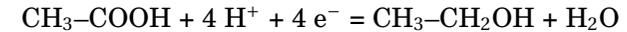
**II-1-1-** Le numéro atomique du chrome est 24 ; un atome de chrome contient donc 24 protons et 24 électrons. Le numéro de masse est 52 ; il y a donc 52 nucléons : 24 protons et 28 neutrons.

La première ligne correspond aux éléments contenant de 1 à 2 électrons. La deuxième ligne, les éléments contenant de  $2 + 8 = 10$  électrons, la troisième ligne de 11 à  $10 + 8 = 18$  électrons. Le chrome est sur la quatrième ligne, à la 6ème colonne. Il fait parti des métaux de transition.

**II-1-2-** L'ion dichromate a pour formule  $\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}$ . Comme l'oxygène a pour nombre d'oxydation -II, on a :

$$2 \text{ n.o.}(\text{Cr}) + 7 (-\text{II}) = -\text{II} \text{ d'où } \boxed{\text{n.o.}(\text{Cr}) = +\text{VI}}$$

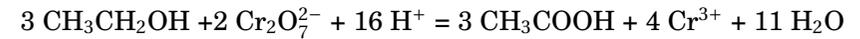
**II-2-1-** Les aldéhydes sont des alcools déshydrogénés donc des produits d'oxydation des alcools. Cependant la donnée ici du potentiel standard éthanique – éthanol, de 0,04 V, très inférieur à 1,33 V pour le couple du chrome, conduit à penser que l'oxydation se poursuivra jusqu'à l'acide éthanique. La demi équation rédox du couple éthanique - éthanol s'écrit :



Par ailleurs, on a :



En éliminant les électrons, on obtient l'équation :



**II-2-2-** A l'équilibre les potentiels rédox des 2 couples sont égaux.

$$0,04 + \frac{0,06}{12} \log \frac{[\text{CH}_3\text{COOH}]h^{12}}{[\text{CH}_3\text{CH}_2\text{OH}]^3} = 1,33 + \frac{0,06}{12} \log \frac{[\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}]^2 h^{28}}{[\text{Cr}^{3+}]^4}$$

d'où on tire

$$\frac{0,06}{12} \log K_e = 1,29 \text{ soit } \boxed{K_e = 10^{258}}$$

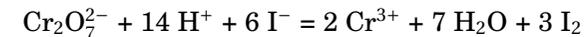
Il est donc légitime de dire que l'oxydation est quantitative.

**II-2-3-** L'alcoolémie  $A$  est le nombre de gramme d'alcool par litre de sang. On a utilisé  $5 \text{ cm}^3$  de sang donc le nombre de gramme d'alcool est  $\frac{A}{200}$ . Avec la masse molaire de l'alcool, le nombre de moles d'alcool est alors  $\frac{A}{200 \times 46}$  dans le distillat total. On ne prélève que les 1/8 et le nombre de moles de dichromate en représente les 2/3 soit  $\boxed{9,06 \times 10^{-6} A}$  moles de dichromate.

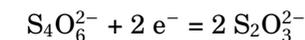
**II-3-1-** La demi réaction rédox de l'iode est :



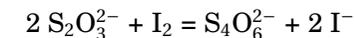
d'où l'équation rédox avec le dichromate :



La demi réaction rédox du thiosulfate est :



d'où l'équation rédox avec l'iode :



**II-3-2-** Le nombre de mole de  $\text{I}_2$  détruites par  $\text{S}_2\text{O}_3^{2-}$  vaut  $\frac{1}{2} V_0 \times 10^{-3} \frac{1}{20} = 25 \times 10^{-6} V_0$ . C'était le nombre de moles de  $\text{I}_2$  produites par la réaction de l'excès de dichromate sur les ions iodure. On en déduit l'excès de dichromate  $\frac{1}{3} \times 25 \times 10^{-6} V_0$

**II-3-3-** L'excès de dichromate s'exprime aussi comme la quantité initiale moins la quantité consommée pour l'oxydation de l'éthanol soit  $\frac{1}{12000} - 9,06 \times 10^{-6} A$  moles de  $\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}$ . Egalons les deux expressions :

$$\frac{1}{3} \times 25 \times 10^{-6} V_0 = \frac{1}{12000} - 9,06 \times 10^{-6} A \text{ d'où } A = 0,920(10 - V_0) \text{ et } \boxed{k = 0,920}$$

### III - ABSORPTION ET ÉLIMINATION DE L'ALCOOL DANS L'ORGANISME

**III-1-1-** Le nombre de mL d'éthanol absorbés vaut  $\frac{d^\circ \text{ mL}}{100 \text{ mL}} \times V$  d'où la masse  $\frac{d^\circ \text{ mL}}{100 \text{ mL}} \times V \times \rho$  donc

$$a = \frac{d^\circ \text{ mL}}{100 \text{ mL}} \times V \times \frac{\rho}{M} = 0,247 \text{ mol}$$

**III-1-2-** Soit  $x_\infty = a$  le nombre de moles d'éthanol absorbées après un temps très long. Le nombre de moles non absorbées est  $a - x$ . La loi proposée s'écrit :

$$\frac{dx}{dt} = k_1(a - x) \text{ de solution } x = C^{te} \times \exp(-k_1 t) + a$$

À  $t = 0$ ,  $x = 0$  d'où  $\boxed{x = a(1 - \exp(-k_1 t))}$ , ce qui s'écrit encore :

$$\exp(-k_1 t) = 1 - \frac{x}{a} \text{ soit } k_1 t = \ln\left(1 - \frac{x}{a}\right).$$

**III-1-3-** Testons la linéarité de  $\ln\left(1 - \frac{x}{a}\right)$  avec  $t$  en prenant  $a = 247,3 \text{ mmol}$ .

$\ln\left(1 - \frac{x}{a}\right)$	0	-0,338	-0,6799	-1,6972	-2,550	-3,0007
$t$	0	2	4	10	15	18

À la calculatrice, la régression linéaire conduit à :  $\ln\left(1 - \frac{x}{a}\right) = 0,168t + (-7.10^{-3})$  et le coefficient de corrélation linéaire est  $-0,9999$ . L'extrême proximité du coefficient de corrélation linéaire avec  $-1$  justifie le modèle mathématique employé. La valeur de  $k_1$  est  $0,168 \text{ min}^{-1}$ .

**III-2-1-** La variation par unité de temps de l'alcoolémie vaut :

$$\frac{dn. \text{ de mmol d'alcool / litre}}{dt} = -k_2 \text{ où } dt \text{ est en heures.}$$

Comme n.de mmol / litre =  $\frac{A}{M} \times 1000$  d'où une vitesse d'évolution de l'alcoolémie due

à l'oxydation de  $\boxed{\frac{dA}{dt} = \frac{M}{1000} \frac{k_2}{60}}$  pour avoir une vitesse à la minute.

**III-2-2-** Pendant la durée  $dt$  exprimé en min., le nombre de mmol absorbé est  $\frac{dx}{dt} \times dt$  qui créent un accroissement par litre de  $\frac{dx}{dt} \times \frac{dt}{V_1}$  en mmol/litre donc de  $\frac{dx}{dt} \times \frac{dt}{V_1} \times \frac{M}{1000}$  en gramme par litre. On a donc pour la variation par unité de temps de l'alcoolémie

$$\frac{dA}{dt} = \frac{dx}{dt} \times \frac{1}{V_1} \times \frac{M}{1000} \text{ si l'absorption était seule.}$$

La vitesse d'évolution résultante de l'alcoolémie est la somme des 2 vitesses.

$$\frac{dA}{dt} = \frac{dx}{dt} \times \frac{1}{V_1} \times \frac{M}{1000} - \frac{M}{1000} \frac{k_2}{60}$$

Cette formule est valable tant que l'alcoolémie n'est pas nulle car les hépatocytes ne peuvent évidemment pas éliminer un alcool qui n'existe plus.

La loi  $x = a[1 - \exp(-k_1 t)]$  fournit  $\frac{dx}{dt}$ , substituons :

$$\boxed{\frac{dA}{dt} = k_1 a \exp(-k_1 t) \times \frac{1}{V_1} \times \frac{M}{1000} - \frac{M}{1000} \frac{k_2}{60}}$$

**III-2-3-** L'application numérique donne :  $\boxed{\frac{dA}{dt} = 0,34710^{-1} \exp(-0,168t) - 23/7500}$  qui s'annule pour  $t = 14,45$  minute, durée après l'ingestion pour que l'alcoolémie passe par son maximum.

$A$  est la primitive qui s'annule pour  $t = 0$ , soit

$$A = a(1 - \exp(-k_1 t)) \times \frac{1}{V_1} \times \frac{M}{1000} - \frac{M}{1000} \frac{k_2}{60} t$$

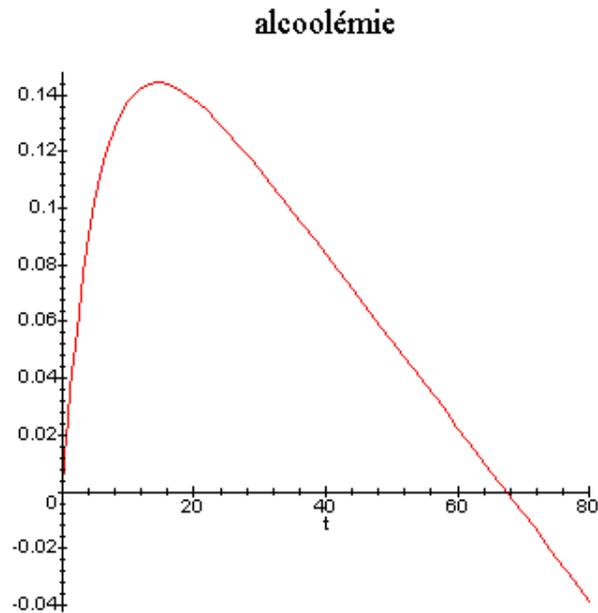
La dérivée s'annule quand l'exponentielle vaut

$$\frac{M}{1000} \frac{k_2}{60} \times \frac{1000 V_1}{k_1 a M} \text{ soit } \frac{k_2 V_1}{60 k_1 a}$$

d'où l'alcoolémie maximale :

$$A_{max} = \frac{k_1 a M}{1000 V_1} \times \left( \frac{k_2 V_1}{60 k_1 a} - 1 \right) - \frac{M}{1000} \frac{k_2}{60} \ln \frac{k_2 V_1}{60 k_1 a}$$

L'application numérique fournit une alcoolémie maximale de 0,144.



Les valeurs négatives de l'alcoolémie résultent de l'absurdité de la loi d'élimination quand on atteint une alcoolémie nulle, en fait, après 68 mn, l'alcoolémie reste nulle. Rappelons que les règlements de sécurité routière autorisent une alcoolémie maximale de 0,5 g/L au moment de la prise de sang sur le conducteur.

**III-3-** On a vu que la valeur maximale de l'alcoolémie est donnée par

$$A_{max} = \frac{k_1 a M}{1000 V_1} \times \left( \frac{k_2 V_1}{60 k_1 a} - 1 \right) - \frac{M}{1000} \frac{k_2}{60} \ln \frac{k_2 V_1}{60 k_1 a}$$

La masse ingérée d'alcool ingéré exprimée en g vaut :  $m_0 = \frac{aM}{1000}$  et le volume hydrique correspond à  $V_1 = r m$  d'où

$$A_{max} = \frac{k_1 a M}{1000 V_1} \times \left( 1 - \frac{k_2 V_1}{60 k_1} \frac{1000 m_0}{M} \right) - \frac{M}{1000} \frac{k_2}{60} \ln \frac{k_2 r m}{60 k_1} \frac{1000 m_0}{M}$$

La formule de Widmark est en approximative concordance si le premier terme ci-dessus est très supérieur aux autres. Dans l'exemple numérique étudié, l'exponentielle vaut 0,088 donc est 1/11 du 1 dont on la soustrait, quand au deuxième terme  $\frac{M}{1000} \frac{k_2}{60} \ln \frac{k_2 r m}{60 k_1} \frac{1000 m_0}{M}$ , il vaut dans l'application numérique -0,044 à comparer à l'alcoolémie maximale 0,144.

La concordance entre le modèle cinétique et la formule de Widmark n'est donc que médiocre.