

**DS 1 le 26 septembre 2011**  
**MATHÉMATIQUES – OPTIQUE**

**NB :** Le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction. Les copies illisibles ou mal présentées seront pénalisées.

Toute application numérique ne comportant pas d'unité ne donnera pas lieu à attribution de points.

Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

## Question de cours 1

Un anglais pèse 140 lb (livres). Sachant que le facteur exact de conversion est 0,45359237 kg/lb, indiquer la masse de l'anglais en kg.

## Question de cours 2

Parmi les relations suivantes trouver celles qui sont homogènes et corriger celles qui ne le sont pas par analyse dimensionnelle :

1. Rayon de la trajectoire circulaire d'une particule chargée de masse  $m$ , de charge  $q$  de vitesse  $v$  dans un référentiel où règne un champ magnétique d'intensité  $B$  :  $R = \frac{mv}{|q|B}$ ,
2. Longueur de PLANCK :  $\ell_P = \sqrt{\frac{Gh}{c^3}}$  avec  $G$  constante de la gravitation universelle,  $c$  vitesse de la lumière dans le vide et la constante de PLANCK  $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$  J.s,
3. Impédance  $Z$  en Ohm d'un circuit R, L, C série parcouru par un courant sinusoïdal de pulsation  $\omega$  :  $Z = \sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}$

## Question de cours 3

Choisir une famille du tableau périodique et indiquer toutes les propriétés connues sur cette famille (pas plus d'une demi-page).

## Problème 1

Le plus simple des microscopes visuels est constitué de deux lentilles convergentes considérées comme minces. La première, l'objectif, devra donner de

l'objet une image agrandie. La seconde, l'oculaire, rendra cette image observable à l'œil.

Dans toute cette partie on notera L les lentilles minces, O la position de leur centre optique, F celle du foyer objet et F' du foyer image. On notera AB les objets, A étant leur position sur l'axe optique et  $\overline{AB}$  leur "taille" algébrique. Ces objets seront considérés comme plans et perpendiculaires à l'axe optique.

### I – Optique géométrique. Généralités.

#### I.1. Rayon lumineux.

**I.1.a.** Qu'appelle-t-on rayon lumineux? Quels liens y-a-t-il entre une onde électromagnétique et le rayon lumineux qui lui est associé?

**I.1.b.** Citer et décrire un phénomène qui ne s'explique que par la théorie ondulatoire de la lumière.

**I.1.c.** Citer et décrire un phénomène qui ne s'explique que par la théorie corpusculaire de la lumière.

#### I.2. Systèmes optiques.

**I.2.a.** Qu'appelle-t-on stigmatisme? Est-il rigoureux dans les systèmes optiques usuels?

**I.2.b.** Définir ce qu'est un objet, une image au sens de l'optique géométrique.

**I.2.c.** Qu'appelle-t-on aplanétisme?

**I.2.d.** Qu'appelle-t-on foyer image d'un système optique? Comment peut-on le déterminer expérimentalement de façon très simple?

#### I.3. Les lentilles minces.

**I.3.a.** Qu'est-ce qu'une lentille? Qu'appelle-t-on lentille mince?

**I.3.b.** Comment peut-on distinguer une lentille convergente d'une lentille divergente?

**I.3.c.** Dans le cas des lentilles minces, définir la notion d'image ponctuelle et d'objet ponctuel.

**I.3.d.** On observe à l'aide d'un système optique un objet très lointain. D'où proviennent les rayons que l'on trace parallèles à l'axe optique?

**I.3.e.** Rappeler les formules de conjugaison de DESCARTES et de NEWTON.

### II – Modélisation d'un microscope.

#### II.1. L'objectif

L'objectif sera réalisé avec une lentille convergente  $L_1$ , placée en  $O_1$ , de distance focale  $f'_1 = \overline{O_1F'_1}$ . On prendra, graphiquement,  $f'_1 = \overline{O_1F'_1} = 1$  cm,  $\overline{O_1A} = -1,5$  cm,  $\overline{AB} = a = 0,5$  cm.

**II.1.a.** Construire  $\overline{A_1B_1}$ , l'image de  $\overline{AB}$  à travers  $L_1$ .

**II.1.b.** Grandissement.

Définir puis calculer le grandissement  $\gamma_1$  de cette lentille en fonction de  $f'_1$  et  $p_1 = \overline{O_1A}$ .

**II.1.c.** Agrandissement.

Où doit-on placer un objet  $\overline{AB}$  pour que son image  $\overline{A_1B_1}$  à travers  $L_1$  soit réelle et agrandie?

**II.2. L'oculaire.**

**II.2.a.** Peut-on observer une image réelle directement à l'œil nu?

L'œil humain (sans défaut de type, myopie, astigmatie ou hypermétropie) est au repos lorsqu'il observe un objet à l'infini. Il doit fournir un travail musculaire pour voir un objet plus proche, on dit qu'il accomode.

**II.2.b.** Où faut-il placer l'oculaire  $L_2$  pour que l'œil puisse observer l'image  $\overline{A'B'}$  de  $\overline{A_1B_1}$  à travers  $L_2$  sans accommodation?

**II.2.c.** On place l'oculaire  $L_2$  à l'endroit déterminé au **II.2.b.**; de plus on prendra, graphiquement  $f'_2 = 4$  cm. Peut-on dessiner l'image  $\overline{A'B'}$  de  $\overline{A_1B_1}$ ?

**II.2.d.** Représenter l'angle  $\alpha'$  sous lequel on voit  $\overline{A'B'}$  et exprimer cet angle en fonction de  $\gamma_1$ ,  $a$  et  $f'_2$ .

**II.3. Doublet de lentilles minces.**

On appelle doublet de lentilles minces, une association de deux lentilles  $L_1$  et  $L_2$ . On caractérise ce doublet par  $f'_1$  et  $f'_2$ , les distances focales, et par l'écartement  $\Delta = \overline{F'_1F'_2}$ .

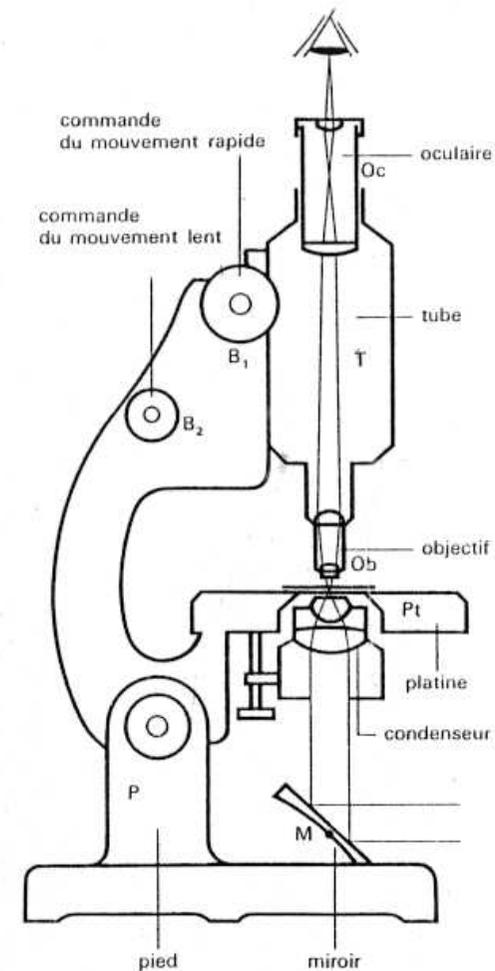
**II.3.a.** Dans le cas général, donner les positions des foyers  $F$  et  $F'$  du doublet en fonction de  $O_1$ ,  $O_2$ ,  $f'_1$ ,  $f'_2$  et  $\Delta$ , si nécessaire.

**II.3.b.** Vérifier graphiquement ces positions dans le cas du microscope dessiné au **II.2.c.**

### III – Caractéristiques d'un microscope

**III.1 Grossissement commercial d'un instrument optique.**

On définit le grossissement commercial d'un instrument optique par  $G_c = \frac{\alpha'}{\alpha_{\text{ref}}}$  avec  $\alpha_{\text{ref}}$  l'angle sous lequel un observateur verrait  $\overline{AB}$  à une distance conventionnelle  $d_{\text{PP}} = 250$  mm, et  $\alpha'$  l'angle sous lequel on voit l'image dans l'instrument optique.



**III.1.a. Oculaire**

En s'aidant du dessin, calculer le grossissement commercial de l'oculaire  $G_{c2}$  d'un microscope en fonction de  $f'_2$  et  $d_{\text{PP}}$ .

**III.1.b. Microscope.**

Exprimer le grossissement du microscope en fonction de  $G_{c2}$  et  $\gamma_1$ .

**III.1.c. Puissance du microscope.**

On définit la puissance commerciale  $P$  d'un instrument d'optique par  $P = \frac{\alpha'}{\overline{AB}}$ . Avec les notations définies au début du **III.1.**, calculer celle d'un microscope en fonction de  $\gamma_1$  et  $f'_2$ . On précisera son unité.

### III.2. Notion de profondeur de champ.

L'œil normal peut voir entre le Punctum Proximum PP situé à une distance  $d_{PP} = 25$  cm de l'œil, et le Punctum Remotum PR situé à une distance infinie  $d_{PR}$ .

**III.2.a.** On appelle *cercle oculaire* l'image de l'objectif à travers l'oculaire : tous les rayons entrant dans l'objectif doivent donc passer par le cercle oculaire et c'est la position où l'œil reçoit le maximum de lumière.

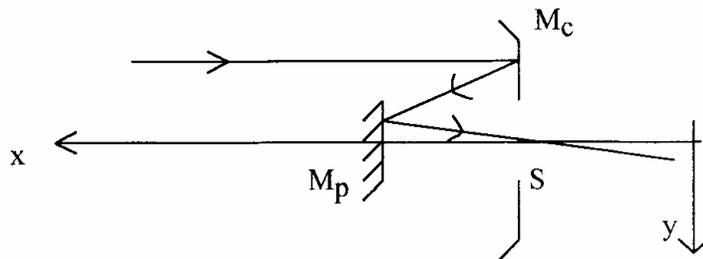
Le microscope étant réglé pour regarder sans accommodation l'objet A tel que  $\overline{O_1A} = -1,5$  cm, donner l'ensemble des points  $A_1$  que peut voir l'œil lorsqu'il est placé au niveau du cercle oculaire.

**III.2.b.** Quel est alors l'ensemble des points objets situés sur l'axe que l'œil pourra voir ?

## Problème 2

Le satellite Hipparcos lancé le 8 Août 1987 était constitué principalement d'un télescope de 30 cm de diamètre. Celui-ci a permis d'établir un catalogue des positions, distances et éclats de plus de 118 000 étoiles avec une précision jamais atteinte. On propose de modéliser le télescope d'Hipparcos par un miroir concave  $M_c$  de rayon  $R = 2800$  mm avec un miroir plan  $M_p$  de renvoi. On note S le sommet du miroir concave. La lumière subit deux réflexions et passe par un orifice dans le miroir concave pour atteindre le détecteur. Il est constitué d'une grille et de cellules CCD permettant de repérer la position de l'image. La grille comporte  $N = 2688$  fentes équidistantes de  $\ell = 8,2$   $\mu\text{m}$ .

On considère une étoile E visée dans la direction  $Sx$ . L'axe  $Sx$  est orienté vers l'étoile.

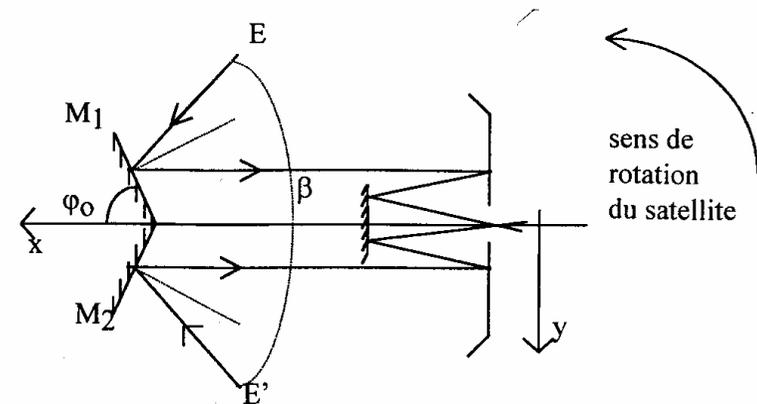


**I - 1** Déterminer l'abscisse  $x_1$  de l'image  $E_1$  de l'étoile E par le miroir  $M_c$ .

**I - 2** On note  $a$  la distance séparant le miroir plan et le sommet du miroir concave. Déterminer une condition sur  $a$  pour que l'image finale  $E_2$  se forme sur le détecteur placé à l'arrière du miroir concave.

**I - 3** Déterminer la largeur angulaire  $\alpha$  du champ observé. Calculer  $\alpha$  en degré.

En réalité Hipparcos réalise une mesure de position relative des étoiles. Le télescope vise deux directions symétriques par rapport à  $Sx$  présentant un angle  $\beta = 58^\circ$ . Ainsi on obtient avec une grande précision l'angle entre deux étoiles. C'est un système de deux miroirs plans  $M_1, M_2$  qui permet d'obtenir les images des deux étoiles sur le détecteur. Le télescope tourne autour d'un axe de direction  $Sz$  avec une période  $T = 128$  minutes. On supposera que la direction  $Sz$  est fixe bien que cet axe se déplace lentement afin de viser toute la sphère céleste.



**II - 1** Déterminer l'angle  $\varphi_0$  des miroirs  $M_1$  et  $M_2$  avec l'axe  $Sx$  du télescope.

**II - 2** Déterminer le déplacement angulaire  $\theta_1$  d'un rayon lumineux réfléchi par le miroir  $M_1$  lorsque le satellite tourne d'un angle  $\theta$ . Préciser le sens de déplacement des rayons réfléchis par  $M_1$  et  $M_2$ .

**II - 3** Quelle est la norme  $V$  de la vitesse de déplacement des images sur le détecteur ?

# Commentaires et correction :

## Problème 1

Sujet donné au CAPES, donc très proche du cours. La plupart d'entre vous ont fort heureusement traité correctement la majorité des questions de cours. Le lien entre la description en terme de rayon lumineux et l'onde électromagnétique réside dans la direction de propagation de l'onde, qui est représentée par le rayon. La diffraction s'étudie dans le cadre de l'optique ondulatoire. Pour les interférences, il existe deux interprétations (ondulatoire et corpusculaire mais on touche là à des sujets abordés en physique quantique). L'émission stimulée, les spectres de raie s'expliquent par la description corpusculaire (avec les photons) de la lumière.

À la question de l'emplacement d'un objet pour avoir une image réelle et agrandie, il faut répondre par une démonstration ou, à la limite, des figures. En aucun cas, un résultat sans démonstration sera accepté. Ce résultat n'est pas à connaître.

Vous savez maintenant qu'à l'œil on peut voir une image réelle, comme un bouquet de fleurs.

Une partie du sujet concernait l'association de deux lentilles. C'est un problème que nous avons traité et qui devrait être connu de tous.

La fin du problème concerne le cercle oculaire et la profondeur de champ. Ces notions étaient détaillées dans le sujet mais n'ont inspiré personne. Elles sont reprises dans le TP *Instruments d'optique*.

## Problème 2

Sujet du concours des Petites Mines. Il s'agit d'étudier le télescope d'une sonde spatiale d'observation. Le sujet n'est pas facile à aborder et peu d'entre vous ont réussi à le traiter correctement.

## Problème 1

### I – Optique géométrique. Généralités.

#### I.1. Rayon lumineux.

**I.1.a.** Le rayon lumineux est la trajectoire de l'énergie lumineuse. Il est impossible à isoler du fait de la diffraction mais peut être approché expérimentalement par un faisceau laser.

**I.1.b.** La diffraction et les interférences s'expliquent par la nature ondulatoire de la lumière.

**I.1.c.** Les spectres de raies et le spectre continu du corps noir s'expliquent par la théorie corpusculaire de la lumière.

#### I.2. Les lentilles minces.

**I.2.a.** On a stigmatisme pour un système optique si l'image d'un point est un point. Il y a stigmatisme rigoureux pour tous les points dans le cas du miroir plan.

**I.2.b.** Un objet est un ensemble de points d'où partent des rayons lumineux. Un point image est le point de convergence des rayons lumineux issus d'un point objet après traversée d'un système optique.

**I.2.c.** On a aplanétisme si l'image d'un objet plan perpendiculaire à l'axe optique est aussi plane et perpendiculaire à l'axe optique.

**I.2.d.** Le foyer image est le point de convergence de rayons parallèles à l'axe optique, après traversée du système optique : c'est donc l'image d'un point à l'infini sur l'axe.

Dans le cas d'un système convergent, on trouve le foyer image en projetant l'image d'un objet éloigné sur un écran.

#### I.3. Les lentilles minces.

**I.3.a.** Une lentille est l'association de deux dioptries de rayons de courbure différents, séparés par un milieu d'indice différent de celui des milieux d'entrée et de sortie.

La lentille est mince si son épaisseur est petite devant les rayons de courbure des dioptries.

**I.3.b.** Au toucher, une lentille convergente est plus épaisse au centre qu'aux bords. C'est l'inverse pour la divergente.

**I.3.c.** Un objet ponctuel est un point mathématique qui envoie de la lumière. Dans les conditions de GAUSS, l'image de ce point est ponctuelle.

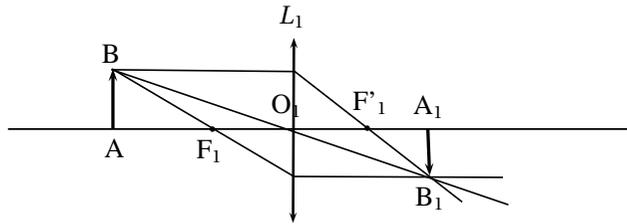
**I.3.d.** Les rayons parallèles à l'axe optique viennent d'un point à l'infini sur l'axe.

**I.3.e.** On appelle O le centre de la lentille, F et F' les foyers. On a  $\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{OF}$  (DESCARTES) et  $\overline{FA} \cdot \overline{F'A'} = -f'^2$  (NEWTON) où A' est l'image de A.

### II – Modélisation d'un microscope.

#### II.1. L'objectif

**II.1.a.** La figure suivante donne la construction de  $\overline{A_1B_1}$  (échelle et dimensions du sujet non respectées)



**II.1.b.** Grandissement.

Le grandissement vaut  $\gamma_1 = \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}}$ , soit  $\gamma_1 = \frac{\overline{O_1A_1}}{\overline{O_1A}}$  d'après le théorème de THALÈS.

Avec  $p_1 = \overline{OA}$ , la relation de conjugaison s'écrit :  $\frac{1}{\overline{O_1A_1}} - \frac{1}{p_1} = \frac{1}{f'_1}$ , d'où  $\overline{O_1A_1} =$

$\frac{p_1 f'_1}{p_1 + f'_1}$ . Finalement :

$$\gamma_1 = \frac{f'_1}{p_1 + f'_1} = -2$$

**II.1.c.** Agrandissement.

Pour avoir une image réelle, il faut  $\overline{O_1A_1} > 0$

- si  $p_1 > 0$  (objet virtuel), c'est toujours vrai
- si  $p_1 < 0$  (objet réel), il faut  $p_1 + f'_1 < 0$ , soit  $\overline{O_1A_1} < f'_1$ , c'est à dire que **A<sub>1</sub> doit être avant F<sub>1</sub>**.

Pour avoir une image agrandie, il faut  $|\gamma_1| > 1$

- si  $p_1 > 0$  c'est impossible
- si  $p_1 < 0$  il faut  $\frac{f'_1}{p_1 + f'_1} > 1$  ou  $\frac{f'_1}{p_1 + f'_1} < -1$ . Le premier cas est impossible car  $p_1 + f'_1 < 0$ . On a donc  $f'_1 > -p_1 - f'_1$

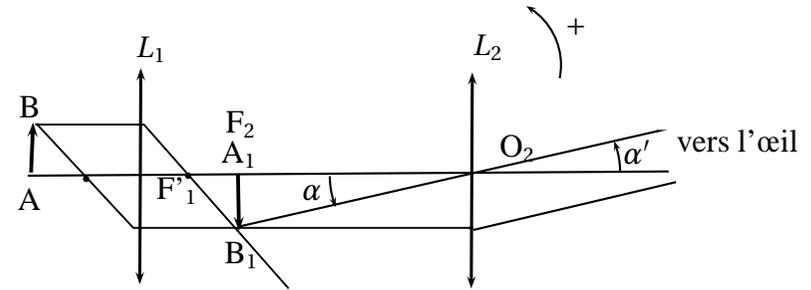
Finalement, on conclut que  $-2f'_1 < \overline{O_1A_1} < -f'_1$

**II.2. L'oculaire.**

**II.2.a.** Oui, il est possible de voir une image réelle à l'œil nu mais cela est rendu difficile par l'éclairage ambiant.

**II.2.b.** L'œil voit sans accommodation, si les rayons qui lui arrivent semblent venir de l'infini. Il faut donc que  $A_1B_1$  se trouve dans le plan focal objet de  $L_2$ .

**II.2.c.** On ne peut pas la dessiner, car l'image est à l'infini.



**II.2.d.** On constate que  $\tan \alpha' = \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{O_2F_2}} = \frac{\gamma_1 \overline{AB}}{f_2} = \frac{\gamma_1 a}{-f'_2}$ . Pour  $\alpha'$  petit,  $\tan \alpha' \simeq \alpha'$ , d'où

$$\alpha' \simeq \frac{\gamma_1 a}{-f'_2}$$

Ici  $\gamma_1 < 0$  donc  $\alpha' \geq 0$

**II.3. Doublet de lentilles minces.**

**II.3.a.** F' est l'image à travers le doublet d'un point à l'infini sur l'axe,  $A_\infty$ . On a donc symboliquement :

$$A_\infty \xrightarrow{L_1} F'_1 \xrightarrow{L_2} F''$$

F'' est donc l'imge de F'\_1 à travers L2. La relation de DESCARTES donne donc :

$$\frac{1}{\overline{O_2F''}} = \frac{1}{f'_2} + \frac{1}{\overline{O_2F'_1}}$$

avec  $\overline{O_2F'_1} = \overline{O_2F_2} - \overline{F'_1F_2} = -f'_2 - \Delta$ . On en déduit :

$$\begin{aligned} \overline{O_2F''} &= \frac{f'_2(f'_2 + \Delta)}{\Delta} = \frac{4 \times (4 + 2)}{2} \\ &= \underline{12 \text{ cm}} \end{aligned}$$

De la même façon, F a pour image un point à l'infini sur l'axe,  $A'_\infty$  :

$$F \xrightarrow{L_1} F_2 \xrightarrow{L_2} A'_\infty$$

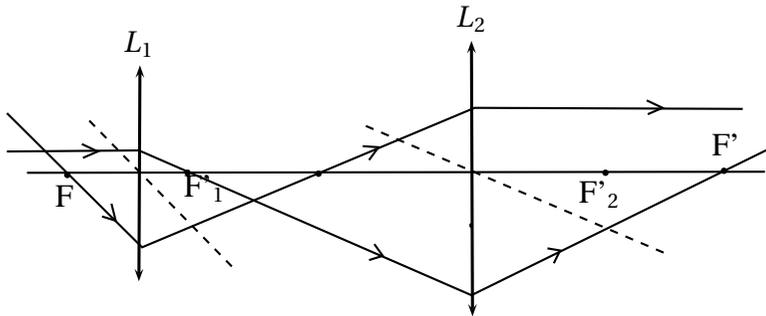
L'image de F à travers  $L_1$  est donc  $F_2$  soit :

$$\frac{1}{\overline{O_1 F_2}} = \frac{1}{f'_1} + \frac{1}{\overline{O_1 F}}$$

avec  $\overline{O_1 F_2} = \overline{O_1 F'_1} + \overline{F'_1 F_2} = f'_1 + \Delta$ . On en déduit :

$$\begin{aligned} \overline{O_1 F} &= -\frac{f'_1(f'_1 + \Delta)}{\Delta} = -\frac{1 \times (1+2)}{2} \\ &= \underline{\underline{-1,5 \text{ cm}}} \end{aligned}$$

**III.3.b.** La figure a l'allure suivante (échelle et dimensions du sujet non respectées) :



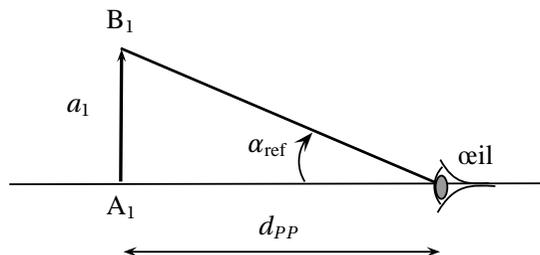
Pour trouver F, on procède avec un rayon venant de la droite et en exploitant le principe de retour inverse de la lumière.

### III – Caractéristiques d'un microscope.

#### III.1 Grossissement commercial d'un instrument optique.

##### III.1.a. Oculaire

On constate sur la figure que, pour  $\alpha_{\text{ref}}$  petit,  $\tan \alpha_{\text{ref}} \approx \alpha_{\text{ref}}$  avec  $\tan \alpha_{\text{ref}} = \frac{a_1}{d_{\text{PP}}}$

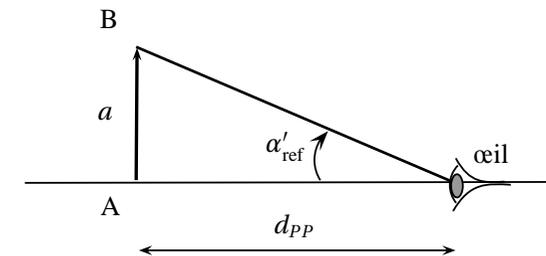


Par ailleurs  $\alpha' = -\frac{\gamma_1 a}{f'_2} = \frac{a_1}{f'_2}$ , d'où le grossissement commercial :

$$\begin{aligned} G_{c2} &= \frac{\alpha'}{\alpha_{\text{ref}}} = \frac{d_{\text{PP}}}{f'_2} = \frac{25}{4} \\ &= \underline{\underline{6,25}} \end{aligned}$$

##### III.1.b. Microscope.

Pour le microscope, on a  $\alpha'_{\text{ref}} \approx \frac{a}{d_{\text{PP}}}$  et  $\alpha' = -\frac{\gamma_1 a}{f'_2}$ .



On en déduit  $G_c = \frac{\alpha'}{\alpha_{\text{ref}}} = \frac{(-\gamma_1)d_{\text{PP}}}{f'_2}$  soit

$$\begin{aligned} G_c &= -\gamma_1 G_{c2} = 2 \times 6,25 \\ &= \underline{\underline{12,5}} \end{aligned}$$

##### III.1.c. Puissance du microscope.

La puissance commerciale est donnée par :

$$\begin{aligned} \mathcal{P} &= \frac{\alpha'}{\overline{AB}} = \frac{\alpha'}{a} = \frac{-\gamma_1}{f'_2} = \frac{2}{4 \times 10^{-2}} \\ &= \underline{\underline{50 \text{ m}^{-1}}} \end{aligned}$$

Comme la puissance a la même unité que  $\frac{1}{f'}$ , on peut aussi l'exprimer en dioptrie ( $\delta$ ).

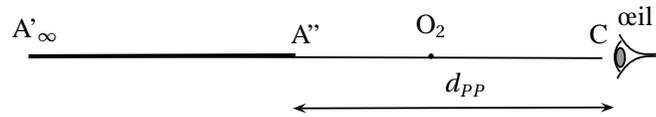
##### III.2. Notion de profondeur de champ.

**III.2.a.** Par définition, le cercle oculaire est l'image de l'objectif à travers l'oculaire. Tous les rayons entrant dans l'objectif passent par conséquent dans le cercle oculaire, c'est là où l'œil reçoit le maximum de lumière.

La position C du cercle oculaire est donnée par :  $\frac{1}{\overline{O_2C}} - \frac{1}{\overline{O_2O_1}} = \frac{1}{f'_2}$ , d'où

$$\begin{aligned}\overline{O_2C} &= \frac{f'_2 \overline{O_2O_1}}{f'_2 + \overline{O_2O_1}} = \frac{4 \times (-7)}{4 + (-7)} \\ &= \underline{\underline{9,3 \text{ cm}}}\end{aligned}$$

L'œil peut voir tous les points A' compris entre l'infini et  $d_{PP}$  devant C. Il nous faut trouver les points  $A_1$  qui donnent l'ensemble de ces points à travers  $L_2$ .

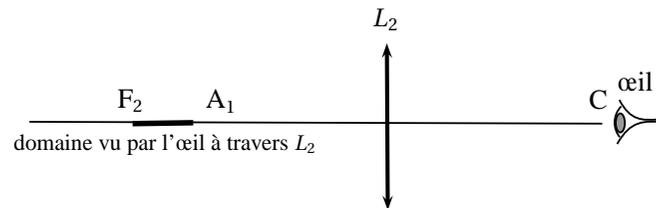


$A'_\infty$  correspond à un point  $A_1$  qui serait en  $F_2$

$A''$  correspond à  $A_1$  tel que  $\frac{1}{\overline{O_2A''}} - \frac{1}{\overline{O_2A_1}} = \frac{1}{f'_2}$  avec  $\overline{O_2A''} = -(d_{PP} - \overline{O_2C}) = -15,7 \text{ cm}$ .

On en déduit

$$\begin{aligned}\overline{O_2A_1} &= \frac{\overline{O_2A''} f'_2}{f'_2 - \overline{O_2A''}} = \frac{(-15,7) \times 4}{4 + 15,7} \\ &= \underline{\underline{-3,18 \text{ cm}}}\end{aligned}$$



**III.2.b.** Il reste à déterminer les points A dont l'image à travers  $L_1$  est comprise entre  $F_2$  et  $A_1$ .

On sait que F a pour image  $F_2$ . On cherche A qui aurait pour image  $A_1$ , soit

$$\frac{1}{\overline{O_1A_1}} - \frac{1}{\overline{O_1A}} = \frac{1}{f'_1} \text{ avec } \overline{O_1A_1} = \overline{O_1O_2} + \overline{O_2A_1}.$$

On a ainsi On en déduit

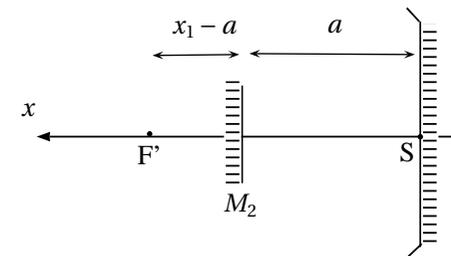
$$\begin{aligned}\overline{O_1A} &= \frac{\overline{O_1A_1} f'_1}{f'_1 - \overline{O_1A_1}} = \frac{1 \times (7 - 3,18)}{1 - (7 - 3,18)} \\ &= \underline{\underline{-1,36 \text{ cm}}}\end{aligned}$$

L'œil peut donc voir les objets entre -1,5 cm et -1,36 cm par rapport à la lentille  $L_1$ .

## Problème 2

**I - 1** L'étoile étant à l'infini sur l'axe, son image  $E_1$  se forme en  $F'$  d'abscisse :

$$\begin{aligned}x_1 = SF' &= \frac{R}{2} = \frac{2800}{2} \\ &= \underline{\underline{1400 \text{ mm}}}\end{aligned}$$



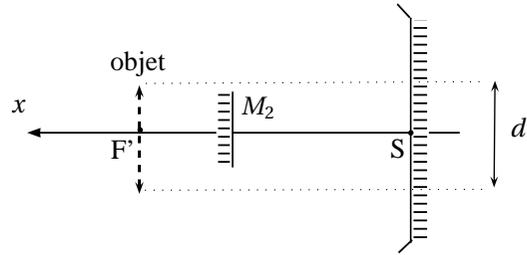
**I - 2** Cette image  $E_1$  sert d'objet pour le miroir plan. L'image  $E_2$  obtenu se trouve au niveau du symétrique de  $F'$  soit à l'abscisse  $x_2 = a - (x_1 - a) = 2a - x_1$

Pour que  $E_2$  soit derrière S, il faut que  $x_2 < 0$ , soit  $2a - \frac{R}{2} < 0$ , d'où la condition :

$$\boxed{a < \frac{R}{4}} \text{ soit numériquement } \underline{\underline{a < 700 \text{ mm}}}$$

**I - 3** L'image qui se forme sur la grille a pour dimension :

$$\begin{aligned}d = N\ell &= 2688 \times 8,2 \cdot 10^{-6} \\ &= 2,2 \cdot 10^{-2} \text{ m}\end{aligned}$$

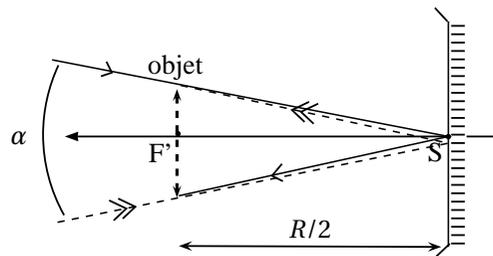


C'est aussi la taille de l'objet du miroir plan qui sera conservée. Cet objet est l'image donnée par le miroir concave dans son plan focal.

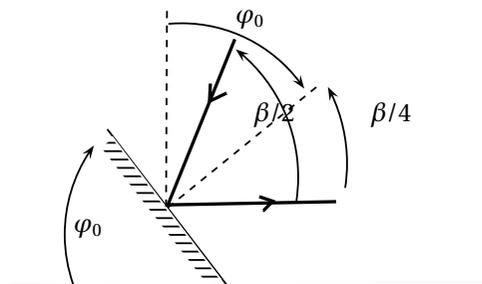
L'angle  $\alpha$  correspondant au champ observé vérifie :  $\tan \frac{\alpha}{2} \approx \frac{\alpha}{2} = \frac{d/2}{R/2}$  d'où

$$\alpha = \frac{2d}{R}$$

Numériquement, on obtient :  $\alpha = 1,6 \cdot 10^{-2} \text{ rad} = 0,9^\circ$



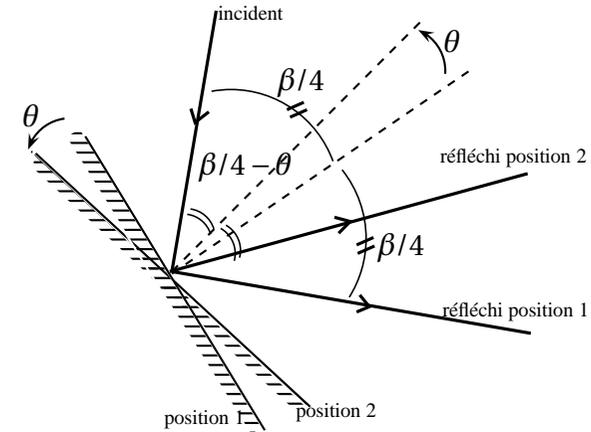
**II - 1** Les miroirs sont placés dans la configuration suivante :



On constate sur la figure que  $\varphi_0 + \frac{\beta}{4} = \frac{\pi}{2}$ , d'où

$$\begin{aligned} \varphi_0 &= \frac{\pi}{2} - \frac{\beta}{4} \\ &= \underline{75,5^\circ} \end{aligned}$$

**II - 2** Lorsque le satellite tourne d'un angle  $\theta$ , le miroir  $M_1$  tourne aussi d'un angle  $\theta$ .



On constate avec la figure que le rayon réfléchi tourne d'un angle  $\theta_1$  tel que :

$$\theta_1 = \frac{\beta}{4} + \frac{\beta}{4} - \left( \frac{\beta}{4} - \theta \right) - \left( \frac{\beta}{4} - \theta \right) = 2\theta$$

On obtient évidemment le même résultat pour le miroir  $M_2$ .

**II - 3** Le satellite tourne à la vitesse angulaire  $\omega = \dot{\theta} \frac{2\pi}{T}$ , donc les rayons réfléchis par  $M_1$  et  $M_2$  vont deux fois plus vite.

Comme l'objet observé se trouve à la distance  $x_1 = \frac{R}{2}$  de l'axe de rotation  $Sz$ , sa vitesse linéaire est :

$$\begin{aligned} V &= 2\omega x_1 = 2 \frac{2\pi}{T} \frac{R}{2} = 2 \frac{2\pi}{128 \times 60} \frac{2800 \cdot 10^{-3}}{2} \\ &= \underline{1,1 \times 10^{-3} \text{ m.s}^{-1}} \end{aligned}$$