

NB : *Le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction. Les copies illisibles ou mal présentées seront pénalisées.*

Toute application numérique ne comportant pas d'unité ne donnera pas lieu à attribution de points.

Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

L'emploi d'une calculatrice est interdit

Problème 1

Étude d'un appareil photographique

Ce problème aborde le fonctionnement de quelques éléments d'un appareil photographique dans trois parties indépendantes. La première traite de la constitution optique d'un téléobjectif, la seconde détaille le fonctionnement d'un flash électronique et la dernière propose une modélisation mécanique d'un accéléromètre intervenant dans le dispositif de stabilisation de l'image.

Les résultats des applications numériques seront présentés avec deux chiffres significatifs.

Partie A : Étude d'un téléobjectif

Un téléobjectif est un objectif de longue focale, c'est-à-dire un objectif dont la focale est supérieure à la diagonale de la pellicule pour un appareil photographique argentique ou de la matrice de cellules photosensibles dans le cas d'un appareil photographique numérique. Ces objectifs permettent un cadrage serré des sujets photographiés grâce à un angle de champ étroit.

Dans les trois parties suivantes, largement indépendantes, le sujet photographié est constitué par la tour Eiffel culminant à une hauteur $h = 324$ m du sol et située à une distance $d = 2,0$ km du photographe.

Partie A1 : Objectif standard

On s'intéresse dans un premier temps à un objectif standard d'appareil photographique argentique constitué d'une lentille convergente unique de centre O et de focale $f' = 50$ mm.

Q1. Quelle doit être la distance D entre la lentille et la pellicule pour que la photographie soit nette ? Justifier votre réponse.

Q2. Construire sur un schéma l'image de l'objet sur la pellicule (sans respecter l'échelle).

Q3. On appelle h_1 la hauteur de l'image de la tour Eiffel sur la pellicule. Déterminer son expression en fonction de f' , d et h puis calculer sa valeur numérique.

Partie A2 : Réalisation d'un téléobjectif avec une lentille unique

Q4. Expliquer pourquoi, si l'on souhaite photographier les détails d'un sujet lointain, il faut choisir un objectif de focale plus élevée que celle d'un objectif standard.

Q5. Dans le cas d'un téléobjectif de focale $f'_0 = 200$ mm, calculer la hauteur h_2 de l'image de la tour Eiffel sur la pellicule ainsi que l'encombrement de l'appareil (distance entre la lentille et la pellicule)

Q6. La matrice de cellules photosensibles de la plupart des reflex numériques est plus petite que la surface impressionnable de la pellicule d'un reflex 24×36 . Justifier alors pourquoi un téléobjectif de focale donnée permet un cadrage plus serré du sujet avec un appareil numérique qu'avec un appareil argentique.

On considère dans un premier temps une lentille de verre d'indice n placée dans l'air (figure 1). On se place dans l'approximation d'un indice n ne dépendant pas de la longueur d'onde.

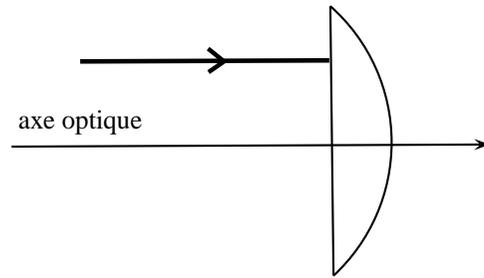


Figure 1

Q7. Reproduire la figure 1 et tracer la marche du rayon incident représenté dans et après la lentille. Justifier sommairement le tracé.

Q8. Quelle est la nature de cette lentille ? Justifier.

Q9. Définir le foyer image d'un système optique. Indiquer sur la figure le foyer image F' de la lentille.

L'indice de réfraction n du verre constituant la lentille dépend en réalité de la longueur d'onde λ de la radiation lumineuse qui la traverse. Ils sont reliés par la loi de CAUCHY : $n(\lambda) = a + \frac{b}{\lambda^2}$ où a et b sont des constantes positives qui ne dépendent que du milieu traversé.

Q10. Comparer r_R et r_B , angles réfractés en sortie de lentille pour une radiation rouge et pour une radiation bleue en considérant des rayons incidents parallèles à l'axe optique. Tracer alors les chemins suivis par ces deux radiations dans et après la lentille.

Q11. Expliquer le problème qui pourrait se poser si l'on réalisait un téléobjectif avec une lentille unique.

On peut s'affranchir de ce problème en réalisant un doublet, équivalent à une lentille convergente unique, constitué d'une lentille convergente accolée à une lentille divergente, les deux lentilles étant taillées dans des verres d'indices de réfraction différents. Le téléobjectif ainsi constitué présente toutefois l'inconvénient d'un encombrement important.

Partie A3 : Réalisation d'un téléobjectif par association de deux lentilles distantes de e

Afin de raccourcir les téléobjectifs, en particulier les plus puissants, on peut réaliser un autre montage en associant deux lentilles distantes d'une distance e : une lentille convergente L_1 de centre O_1 et de focale f'_1 et une lentille divergente L_2 de centre O_2 et de focale f'_2 .

On prendra pour les applications numériques : $f'_1 = 50$ mm, $f'_2 = -25$ mm et $e = O_1O_2 = 31$ mm.

On note P l'intersection du plan de la pellicule avec l'axe optique et F' l'image par le téléobjectif d'un point à l'infini sur l'axe optique.

Q12. Déterminer littéralement la position de F' en fonction de f'_1 , f'_2 et e . En déduire l'expression de l'encombrement O_1P de l'appareil en fonction de ces mêmes grandeurs. Après l'avoir calculé approximativement, déterminer laquelle de ces trois valeurs : $O_1P = 14$ cm, $O_1P = 11$ cm et $O_1P = 8,0$ cm correspond à l'encombrement du téléobjectif.

Q13. Déterminer l'expression de h_3 , hauteur de l'image de la tour Eiffel sur la pellicule en fonction de f'_1 , f'_2 , e , d et h . Après l'avoir calculée approximativement, déterminer laquelle de ces trois valeurs : $h_3 = 14$ mm, $h_3 = 34$ mm et $h_3 = 54$ mm correspond à la hauteur de l'image sur la pellicule.

Q14. Commenter les résultats précédents.

Partie B : Le flash électronique

Le fonctionnement d'un flash électronique repose sur la génération d'un éclair dans un tube à décharge.

Il s'agit d'un tube de quartz dans lequel on a placé un gaz raréfié, le xénon, entre deux électrodes E_1 et E_2 . Ces deux électrodes sont reliées à un condensateur de capacité C chargé sous quelques centaines de volts.

Autour du tube est enroulé un fil constituant une électrode E_3 . On peut appliquer entre E_1 et E_3 une impulsion de tension de plusieurs milliers de volts qui ionise le xénon. Il devient alors conducteur et le condensateur peut se décharger dans le gaz, créant ainsi un éclair lumineux très intense d'une durée très brève.

Le fonctionnement du flash est étudié dans trois parties indépendantes.

Partie B1 : Étude du redresseur

Le condensateur doit être chargé sous une tension continue v_2 de l'ordre de 0,30 kV. Le flash étudié n'est cependant alimenté que par des piles fournissant une tension continue de 6,0 V. Afin d'obtenir la tension v_2 nécessaire, la tension d'alimentation est dans un premier temps convertie en une tension alternative v_1 pour être ensuite élevée dans un transformateur. On obtient en sortie du transformateur une tension alternative v_1 qu'il faut redresser et filtrer pour obtenir la tension continue v_2 .

Le pont de diodes constituant le redresseur est représenté sur la figure 2. Il

est composé de quatre diodes D_1 , D_2 , D_3 et D_4 . La caractéristique de chaque diode est également représentée sur la figure 2.

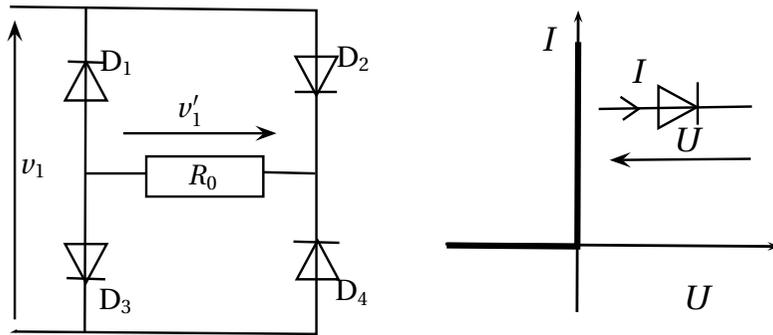


Figure 2

Q15. Préciser à quel composant est équivalente la diode dans chacune des zones de la caractéristique.

Q16. En réalité la caractéristique de la diode présente une tension seuil U_s comme sur la figure 3. La figure 2 présente une diode idéale sans seuil. Pour une diode au silicium, la tension seuil vaut environ 0,6 V. Qu'est ce qui justifie ici l'application du modèle de la diode idéale sans seuil ?

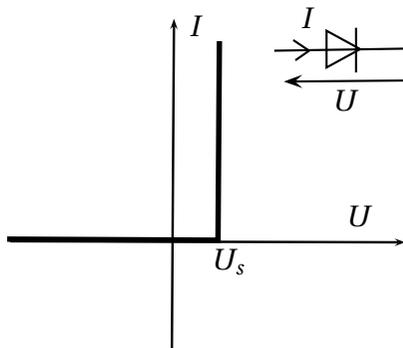


Figure 3

La tension $v_1(t)$ obtenue en sortie du transformateur est une tension sinusoïdale de pulsation ω et de période T : $v_1(t) = V_1 \sin(\omega t)$

Q17. Dessiner le circuit équivalent au montage de la figure 2 lors d'une alternance positive de la tension $v_1(t)$. En déduire l'expression de la tension $v'_1(t)$ sur cette alternance.

Q18. Reprendre les mêmes questions lors d'une alternance négative de la tension $v_1(t)$

Q19. Tracer l'allure de la tension $v'_1(t)$ en sortie du redresseur.

Partie B2 : Génération de l'éclair

Le gaz du tube à décharge n'est a priori pas conducteur.

Cependant, lorsqu'une très haute tension est appliquée entre deux de ses électrodes, l'ionisation des atomes de xénon qui en résulte abaisse la résistance du tube qui devient alors équivalent à un conducteur de résistance R_T dans lequel le condensateur C peut se décharger.

Q20. Expliquer pourquoi l'ionisation des atomes de xénon abaisse la résistance du tube à décharge.

On utilise le circuit équivalent de la figure 4 pour expliquer la formation d'un éclair dans le tube. On considère que la tension v_2 , obtenue par filtrage de v'_1 est une tension continue de 0,30 kV.

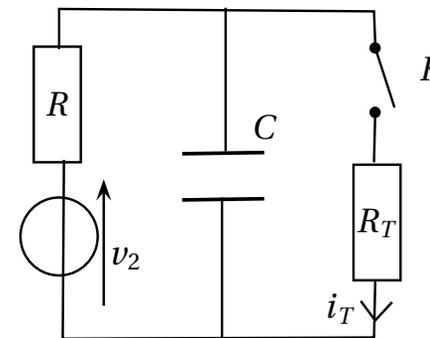


Figure 4

Q21. Le régime permanent étant atteint pour $t < 0$, on ferme l'interrupteur K à l'instant $t = 0$. Déterminer les expressions $i_T(0_+)$ et de $i_T(\infty)$ juste après la fermeture de l'interrupteur et lorsque le régime permanent est atteint (après la fermeture de l'interrupteur).

Q22. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par $i_T(t)$ pour $t > 0$. On pourra y faire apparaître la constante de temps $\tau = \frac{RR_T C}{R + R_T}$

Q23. En déduire l'expression complète de $i_T(t)$ pour $t > 0$ en fonction de v_2 , R , R_T , t et τ .

Q24. Tracer l'allure de $i_T(t)$ pour $t < 0$ et $t > 0$ et expliquer la génération d'un éclair lors de la fermeture de l'interrupteur K .

Partie B3 : Étude énergétique

On raisonne toujours dans cette partie à l'aide du schéma électrique simplifié de la figure 4.

Q25. Donner l'expression de l'énergie accumulée par le condensateur avant la fermeture de l'interrupteur.

Q26. On souhaite générer un flash d'une puissance égale à 4,0 W et d'une durée de 0,10 s. Calculer l'énergie moyenne devant être stockée dans le condensateur.

Q27. Déterminer un ordre de grandeur de la valeur de la capacité C nécessaire. Commenter ce résultat.

Partie C : Étude de l'accéléromètre d'un stabilisateur d'images

Les appareils photo reflex numériques, même ceux d'entrée de gamme, sont aujourd'hui équipés d'accéléromètres pour la stabilisation d'image. Cela permet, en particulier sur les longues focales, de stabiliser la visée. Il est alors plus facile de faire le point sur un sujet très lointain et il est plus aisé de soigner son cadrage, les tremblements du photographe étant amortis.

On se propose, dans cette partie, d'étudier le fonctionnement d'un accéléromètre à détection capacitive, ce système étant le plus répandu actuellement. Son principe est décrit ci-après :

Une poutre suspendue appelée « masse sismique » constitue l'une des armatures d'un condensateur plan. L'autre armature est solidaire de l'appareil photo dont on veut mesurer l'accélération (voir figure 5). Les variations de capacité liées au déplacement de la masse sismique permettent de suivre son mouvement.

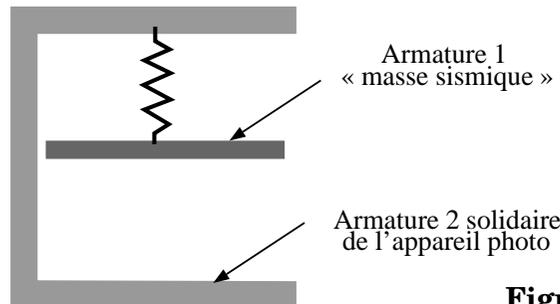


Figure 5

On modélise la structure mécanique étudiée par une masse ponctuelle M de

masse m , suspendue à l'extrémité d'un ressort de constante de raideur k et de longueur à vide ℓ_0 dont l'autre extrémité est fixée en O au bâti solidaire de l'appareil photo (voir figure 6). Les amortissements sont modélisés par une force de frottement de la forme : $\vec{F}_f = -\alpha(\vec{v}_M)_{\mathcal{R}_{ap}}$ où $(\vec{v}_M)_{\mathcal{R}_{ap}}$ représente la vitesse du point M dans le référentiel de l'appareil photo.

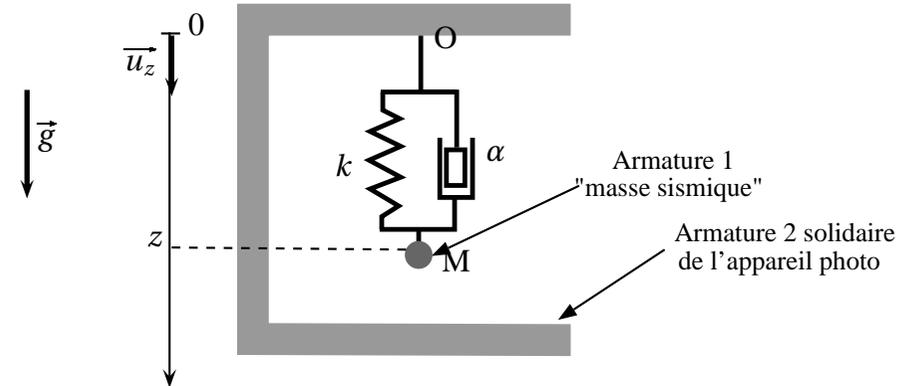


Figure 6

On s'intéresse à la détermination de l'amplitude Z_O de la vibration engendrée par le tremblement du photographe.

On considère pour cela que le point O oscille verticalement à la pulsation ω avec une amplitude Z_O dans le référentiel terrestre considéré comme galiléen.

Sa position y est repérée par sa cote $z_O(t) = Z_O \cos(\omega t)$.

La position de la masse M est repérée dans le référentiel de l'appareil photo par sa cote z .

Q28. On note z_{eq} la position d'équilibre de la masse M par rapport à l'appareil en l'absence de vibration. Déterminer son expression en fonction de ℓ_0 , m , g et k .

Q29. Établir l'équation différentielle du mouvement de la masse M dans le référentiel de l'appareil photo en faisant apparaître les paramètres α , k , m , z_{eq} , ω et Z_O .

On note $Z = z - z_{eq}$ la position de la masse M par rapport à sa position d'équilibre dans l'accéléromètre.

Q30. Montrer que l'équation du mouvement de M peut se mettre sous la forme :

$$\ddot{Z} + \frac{\omega_0}{Q} \dot{Z} + \omega_0^2 Z = Z_O \omega^2 \cos(\omega t)$$

Nommer ω_0 et Q . Préciser leurs dimensions et leurs expressions en fonction de m , α et k .

On s'intéresse maintenant au mouvement de la masse en régime établi.

Q31. Expliquer pourquoi $Z(t)$ peut se mettre sous la forme

$$Z(t) = Z_M \cos(\omega t + \varphi).$$

Préciser la signification des différents termes apparaissant dans cette expression.

Q32. Établir l'expression de Z_M en fonction de Z_0 , Q et de la pulsation réduite $x = \frac{\omega}{\omega_0}$. Il est conseillé d'utiliser les notations complexes. Quelle est la nature du filtre associé à $Z_M(x)$?

Q33. Montrer que la courbe $Z_M(x)$ passe par un maximum pour $Q > \frac{1}{\sqrt{2}}$ et préciser l'expression x_r de x lorsque Z_M passe par ce maximum. Comparer x_r et 1.

Q34. Étudier les asymptotes basse et haute fréquences de $Z_M(x)$ puis tracer sur un même graphique l'allure de la courbe $Z_M(x)$ pour $Q_1 < \frac{1}{\sqrt{2}}$, $Q_2 > \frac{1}{\sqrt{2}}$ et $Q_3 > Q_2$ en portant une attention particulière au positionnement des maxima.

Q35. Comment faut-il choisir le facteur de qualité du système et sa pulsation propre pour qu'il fonctionne sur une plage de fréquences de tremblements la plus large possible ?

Problème 2

Chimie des solutions aqueuses

Les parties A et B sont indépendantes. Les résultats numériques pourront être donnés sous la forme de puissance de 10, même décimales.

Partie A : Détermination du produit de solubilité du chlorure d'argent

Dans un bécher n°1, on verse environ 40 mL d'une solution de chlorure de potassium ($K^+ + Cl^-$) de concentration $C_A = 1,00 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$;

après addition d'une goutte de nitrate d'argent ($Ag^+ + NO_3^-$) de concentration $C_B = 1,00 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$, on observe la formation d'un précipité de chlorure d'argent $AgCl_{(s)}$. Dans un bécher n°2, on verse environ 50 mL de nitrate d'argent de concentration $C_B = 1,00 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$.

On plonge une lame d'argent dans chacun des béchers que l'on relie par un pont salin au nitrate d'ammonium ($NH_4^+ + NO_3^-$). On mesure alors à 27°C la force électromotrice de la pile ainsi constituée : $E = E_2 - E_1 = 0,36 \text{ V}$ où E_1 et E_2 représentent les potentiels des lames d'argent plongeant respectivement dans les béchers 1 et 2.

On posera $c^\circ = 1,00 \text{ mol.L}^{-1}$ et $e^\circ = \frac{RT}{\mathcal{F}} \ln 10$

Q1. Réaliser un schéma légendé de la pile, en spécifiant les branchements du voltmètre (bornes COM et mV).

Q2. Préciser le rôle du pont salin ; expliquer pourquoi on ne peut pas utiliser un pont au bromure de potassium ($K^+ + Br^-$).

Q3. Prévoir quel serait le sens de circulation des électrons à l'extérieur de la pile si on la faisait débiter. Identifier, en justifiant, l'anode et la cathode.

Q4. Proposer une expression de chacun des potentiels E_1 et E_2 en fonction du potentiel standard E_1° du couple Ag^+/Ag , du produit de solubilité K_s du chlorure d'argent et des concentrations C_A et C_B .

Q5. En déduire l'expression et la valeur du pK_s du chlorure d'argent à 27°C.

Q6. Exprimer puis calculer le potentiel standard E_2° du couple $AgCl/Ag$. Expliquer qualitativement pourquoi sa valeur est inférieure à celle du couple Ag^+/Ag .

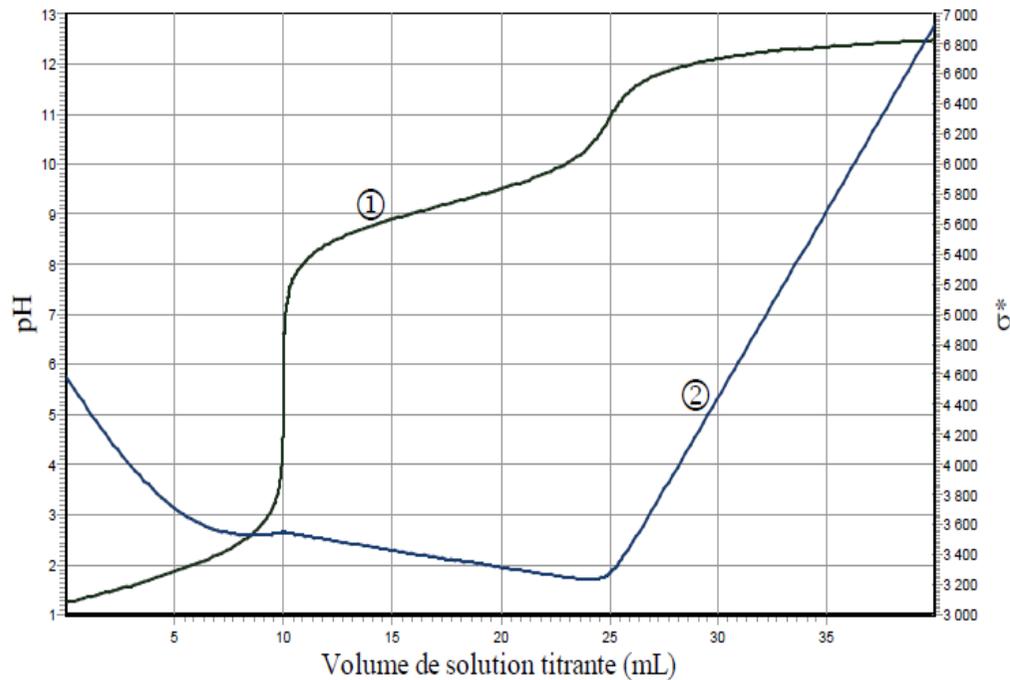
Données à 27°C : $e^\circ = 0,060 \text{ V}$; $E_1^\circ = 0,80 \text{ V}$; $K_s(AgBr) = 7,7 \times 10^{-13}$

Partie B : Dosage d'un mélange d'acides

On dispose d'une solution S constituée d'un mélange :

- d'acide sulfurique H_2SO_4 de concentration C_A (1^{ère} acidité forte ; $pK_a(HSO_4^-/SO_4^{2-}) = 0,2$) ;
- de chlorure d'ammonium ($NH_4^+ + Cl^-$) de concentration C'_A ($pK_a(NH_4^+/NH_3) = 9,2$).

On titre un volume $V_A = 10,0 \text{ mL}$ de solution S par une solution d'hydroxyde de sodium ($Na^+ + HO^-$) de concentration $C_B = 1,00 \times 10^{-1} \text{ mol.L}^{-1}$ ($pK_a(H_2O/HO^-) = 14,0$). On note V_B le volume de solution titrante ajoutée à la burette.



On propose de comparer les résultats de trois techniques de dosage :

– Dosage colorimétrique.

– Dosage pH-métrique (courbe ①) : $\text{pH} = f(V_B)$;

– Dosage conductimétrique (courbe ②) : $\sigma^* = \sigma \frac{V_A + V_B}{V_A} = f(V_B)$, où σ est la conductivité de la solution et σ^* la conductivité corrigée ; σ et σ^* sont exprimés en mS.m^{-1} ;

Q7. Proposer un schéma détaillé et légendé (nature de la verrerie, des électrodes,) permettant d'effectuer simultanément les titrages pH-métrique et conductimétrique.

Q8. Indiquer quelles sont les trois réactions qui ont lieu au cours du dosage, en précisant les valeurs de leurs constantes d'équilibre. Préciser celle(s) qui se déroule(nt) avant la première équivalence, puis ce qui se passe entre les deux équivalences.

Q9. Déterminer graphiquement les volumes des points d'équivalence. Indiquer à chaque fois la courbe exploitée.

Q10. En déduire les valeurs des concentrations C_A et C'_A .

Q11. Justifier qualitativement l'augmentation de la conductivité après la deuxième équivalence.

Q12. Aurait-il été possible d'utiliser un indicateur coloré pour repérer le 1er point d'équivalence ? le 2ème point d'équivalence ? Si oui le(s)quel(s) ?

| Indicateur coloré | Zone de virage | Teinte acide → Teinte basique |
|-------------------|----------------|-------------------------------|
| Bleu de thymol | 1,2 à 2,8 | Rouge → Jaune |
| | 8,0 à 9,6 | Jaune → Bleu |
| Hélianthine | 3,2 à 4,4 | Rouge → Jaune |
| Rouge de méthyle | 4,8 à 6,0 | Rouge → Jaune |
| Phénolphtaléine | 8,2 à 10 | Incolore → Rose |
| Jaune d'alizarine | 10,1 à 12,0 | Jaune → Rouge |