DS 3 le 26 novembre 2012

CHIMIE – ÉLECTRICITÉ – MÉCANIQUE

NB : *Le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction. Les copies illisibles ou mal présentées seront pénalisées.*

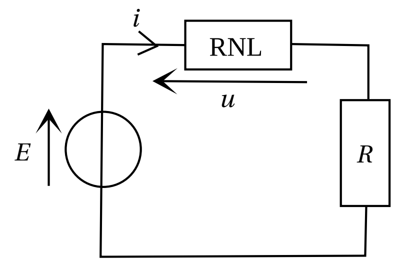
Toute application numérique ne comportant pas d'unité ne donnera pas lieu à attribution de points.

Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

Problème 1

On considère une résistance non linéaire notée RNL capable de dissiper jusqu'à $\mathscr{P}_M = 1$ W sans être détruite par surchauffe. Lorsque la RNL est étudiée en convention récepteur, elle est caractérisée par une relation de la forme $i = ku^n$, où k et n sont des constantes.

1. Préciser les unités de k et n, sachant que i sera exprimé en mA et u en V.
2. En exploitant l'allure du graphe donnant $\log(|i|)$ en fonction de $\log(|u|)$, proposer une méthode pour déterminer les valeurs de k et n.
3. Deux points de fonctionnement ont été relevés expérimentalement : M_1 ($u_1 = 30$ V, $i_1 = 0{,}27$ mA) et M_1 ($u_1 = 90$ V, $i_1 = 7{,}29$ mA). En supposant que la modélisation présentée ci-dessous est fidèle au dipôle réel, déterminer numériquement k et n.
4. Tracer la caractéristique de la RNL. Quels qualificatifs pourrait–on utiliser pour décrire ce dipôle ?
5. Calculer en fonction de $\mathscr{P}_M$ et k (remplacer directement n par sa valeur numérique pour ce calcul) les valeurs maximales de u et de i que la RNL peut supporter sans dégât. Faire les applications numériques.
6. La RNL est placée en série avec un générateur de force électromotrice $E = 100$ V et une résistance $R = 10$ kΩ. Déterminer graphiquement et numériquement le courant traversant la RNL ainsi que la tension à ses bornes.



Problème 2

Nous nous proposons, dans ce problème, d'étudier quelques exemples d'oscillateurs mécaniques. Pour chacune des parties, l'étude sera menée dans le référentiel du laboratoire considéré comme galiléen. Dans l'ensemble du problème, $\vec{g}$ désigne le vecteur accélération de la pesanteur. On notera g la norme du vecteur $\vec{g}$.

Il est rappelé que lorsqu'un corps est immergé, partiellement ou totalement, dans un fluide de masse volumique ρ_ℓ , ce corps est soumis, en plus de son poids, à une force $\overrightarrow{F_a}$ appelée poussée d'ARCHIMÈDE et telle que :

$$\overrightarrow{F_a} = -\rho_\ell V_i \vec{g}$$

où V_i désigne le volume du corps immergé dans le fluide.

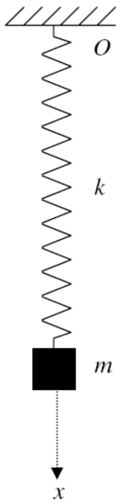
On négligera la poussée d'ARCHIMÈDE dans l'air.

Première partie : Oscillateur harmonique non amorti

Considérons le système représenté ci-dessous : une masse m est suspendue à un ressort vertical de masse négligeable et de raideur k. L'extrémité supérieure du ressort est fixe et attachée au point O.

Soit l'axe (Ox), vertical et orienté vers le bas. La position de l'extrémité libre du ressort est repérée par son abscisse x.

Soit x_0 la longueur à vide du ressort et $x_{éq}$ sa longueur lorsque la masse m est accrochée au ressort et est à l'équilibre.



1/ Equation différentielle du mouvement

1.1/ Faire le bilan des forces appliquées à la masse m. Appliquer la deuxième loi de NEWTON et déterminer l'équation différentielle (1) vérifiée par x. Que devient cette équation lorsque la masse m est à l'équilibre ? On appellera (2) l'équation obtenue dans ce cas.
Déduire de l'équation (2) l'expression de la longueur $x_{éq}$ du ressort à l'équilibre en fonction de x_0, g, m et k.

1.2/ Déterminer en combinant les équations (1) et (2), l'équation différentielle (3) vérifiée par x et liant x, $x_{éq}$, m et k. En déduire la pulsation propre ω_0 et la période propre T_0 de l'oscillateur ainsi obtenu.

1.3/ A l'instant $t=0$, la masse m est dans une position telle que la longueur du ressort est égale à $x_{éq}$. On communique alors à la masse m une vitesse v_0 verticale. Déterminer dans ce cas la solution $x(t)$ de l'équation différentielle (3).

Deuxième partie : Oscillateur harmonique amorti par frottement fluide

La masse m du système de la partie précédente est une sphère homogène de masse volumique ρ et de rayon R faible.
Lorsque cette sphère est animée d'une vitesse $\vec{v}$ et plongée dans un liquide de coefficient de viscosité η, elle est soumise, de la part du fluide, en plus de la poussée d'ARCHIMÈDE, à une force de frottement $\vec{f}$ donnée par la loi de STOKES :

$$\vec{f} = -6\pi\eta R\vec{v}$$

On négligera les interactions éventuelles entre le ressort et le liquide.
Pour simplifier les calculs, on notera V le volume de la sphère et ρV sa masse.

2/ Période de l'oscillateur non amorti

En l'absence de frottement et de poussée d'ARCHIMÈDE (dans le vide ou dans l'air), les oscillations libres de la sphère ont une pulsation propre ω_1. En utilisant les résultats de la partie précédente, déterminer l'expression de ω_1 en fonction de k, V et ρ.
Dans la suite de cette deuxième partie, la sphère est totalement immergée dans un liquide de masse volumique ρ_ℓ. On considèrera, de plus, que la sphère est entièrement immergée dans le liquide quelle que soit la position de l'oscillateur.

3/ Détermination de la masse volumique du liquide

Lorsque la sphère est totalement immergée dans le liquide et est *à l'équilibre*, la longueur du ressort est égale à $x'_{éq}$.
Faire le bilan des forces appliquées à la masse m.
Déterminer l'expression de la masse volumique ρ_ℓ du liquide en fonction de ρ, $x'_{éq}$, V, g, x_0 et k.

4/ Oscillations pseudopériodiques de la sphère immergée dans le liquide

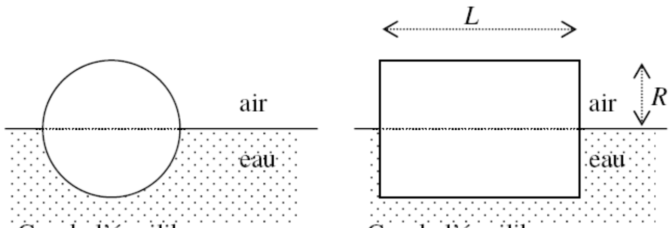
4.1/ En appliquant la deuxième loi de NEWTON, déterminer l'équation différentielle vérifiée par la longueur x du ressort à un instant quelconque t au cours du mouvement.
En utilisant l'expression de la masse volumique ρ_ℓ du liquide déterminée à la question précédente, déterminer l'équation différentielle vérifiée par x en utilisant les grandeurs x, $x'_{éq}$, ρ, V, k, R et η.

4.2/ A quelle condition portant sur k, constante de raideur du ressort, le mouvement de la sphère est–il pseudopériodique ? On exprimera la condition sous la forme $k > k_0$ où k_0 est une constante que l'on exprimera en fonction de η, R, V et ρ.
Déterminer dans ce cas la pseudopulsation ω_2 des oscillations en fonction de k_0, k, ρ et V.

5/ Détermination du coefficient de viscosité du liquide
On considère dans cette question que la condition sur k pour avoir des oscillations pseudopériodiques est satisfaite. En utilisant les expressions de ω_1 et ω_2 déterminées précédemment, donner l'expression du coefficient de viscosité η du liquide en fonction de R, ρ, V, ω_1 et ω_2.

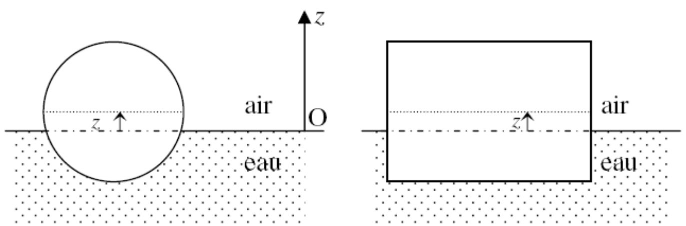
Troisième partie : Petites oscillations d'un bouchon de liège à la surface de l'eau

Un bouchon de liège, homogène, de volume V, de forme cylindrique, flotte horizontalement à la surface de l'eau de masse volumique ρ_{eau}. Il a pour longueur L et son rayon est égal à R.



Cas de l'équilibre : vue de face — Cas de l'équilibre : vue de profil

La position du bouchon est repérée par l'abscisse z de son centre de gravité. L'axe Oz est vertical et dirigé vers le haut. Le point O est au niveau de la surface de l'eau.



Cas d'une position quelconque : vue de face — Cas d'une position quelconque : vue de profil

On suppose que le bouchon garde toujours son axe horizontal au cours du mouvement.
On négligera toute force de frottement due à la viscosité du liquide.

6/ A l'équilibre, le bouchon est *à moitié* enfoncé dans l'eau, l'abscisse z de son centre de gravité est donc nulle dans ce cas. Déterminer la masse volumique ρ du bouchon de liège en fonction de eau ρ_{eau}.

7/ On étudie dans cette question les petites oscillations du bouchon de liège autour de sa position d'équilibre. On se place donc dans le cas où z est petit devant R ($z \ll R$).

7.1/ Montrer que si $z \ll R$, le volume V_i de bouchon immergé peut se mettre sous la forme :

$$V_i = \frac{V}{2} - az$$

où V est le volume total du bouchon et a une constante que l'on exprimera en fonction des dimensions L et R du bouchon.

7.2/ En appliquant la deuxième loi de NEWTON, déterminer l'équation différentielle vérifiée par l'abscisse z en utilisant les grandeurs z, R et g. En déduire la pulsation ω_0 des petites oscillations verticales de ce bouchon en fonction de R et g.

7.3/ A l'instant $t = 0$, le bouchon est éloigné de sa position d'équilibre. Il est lâché sans vitesse initiale d'une position repérée par l'abscisse z_0 ($z_0 > 0$ et z_0 petit devant R). Déterminer l'expression de l'abscisse z en fonction du temps.

Problème 3

Dans ce problème, la température est égale à 298 K. L'éthanol (CH_3CH_2OH) contenu dans le vin s'oxyde facilement en acide éthanoïque (CH_3COOH). On obtient alors une solution appelée vinaigre. On souhaite déterminer ici la quantité d'acide éthanoïque contenu dans un litre de vinaigre à l'aide d'un dosage conductimétrique.

Données :
Produit ionique de l'eau à 298 K : $K_e = 10^{-14}$

Constante d'acidité dans l'eau à 298 K :
$K_a(CH_3COOH/CH_3COO^-) = 10^{-4,8}$.

L'acide chlorhydrique ($H^+ + Cl^-$) est un acide fort dans l'eau, l'hydroxyde de sodium ($Na^+ + OH^-$) est une base forte dans l'eau.

La conductivité d'une solution s'écrit : $\sigma = \sum_i C_i.\lambda_i$ avec C_i concentration molaire de l'ion i et λ_i sa conductivité molaire.
Pour les concentrations utilisées ici, les conductivités molaires limite à 298 K λ_i sont données dans le tableau suivant.

ion i	Na^+	H_3O^+	OH^-	CH_3COO^-	Cl^-
λ_i ($\Omega^{-1}.cm^2.mol^{-1}$)	50	350	199	41	76

Mode opératoire : on prépare un mélange M d'acide chlorhydrique (H^+ + Cl^-) et de vinaigre. Un litre de mélange M contient V_1 = 50 mL de vinaigre et $n_1 = 2{,}5.10^{-2}$ mol d'acide chlorhydrique. On prélève V_0 = 10 mL de ce mélange, on y ajoute 90 mL d'eau.
On dose par une solution d'hydroxyde de sodium (Na^+ + OH^-) de concentration C_b. Le dosage est suivi par conductimétrie. On trace la conductivité de la solution, σ, en fonction du volume de solution d'hydroxyde de sodium ajouté, V_b. La courbe obtenue, $\sigma = f(V_b)$ présente trois parties : (AB), (BC), et (CD).

1. Partie (AB)

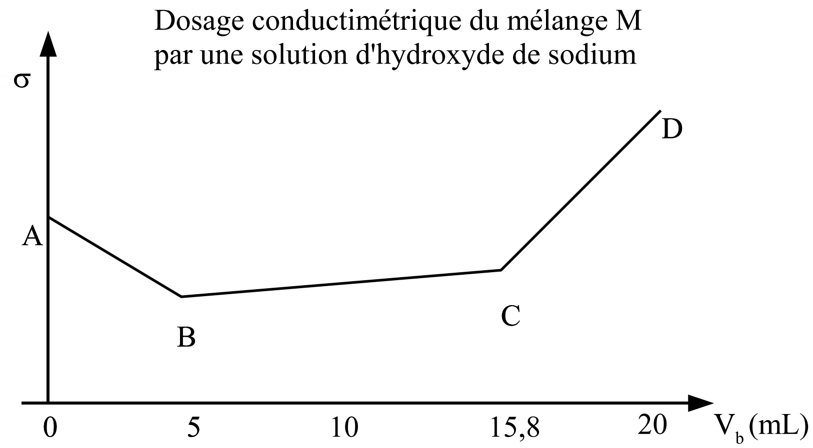
   (a) Écrire l'équation-bilan de la réaction de dosage qui se produit dans cette partie, puis l'équation complète (c'est-à-dire celle qui fait intervenir les ions dits indifférents).

   (b) Faire le bilan des ions majoritaires présents en solution au point A ; puis le bilan des ions qui apparaissent et disparaissent au cours du dosage de A à B. Justifier qualitativement pourquoi la conductivité de la solution diminue.

   (c) Exprimer la conductivité en fonction des conductivités molaires et des concentrations des espèces ioniques majoritaires dans la solution après l'addition du titrant.

   (d) Exprimer ces concentrations en fonction de C_b, V_b, n_0 (nombre de moles initial d'acide chlorhydrique dans le volume V_0) et V_T (volume total de la solution). Dans cette partie de la courbe, on peut considérer que le volume total de la solution ne varie pas.

   (e) Retrouver que $\sigma = f(V_b)$ est une droite de pente négative.



2. Partie (BC)

   (a) Écrire l'équation-bilan de la réaction de dosage qui se produit dans cette partie, puis l'équation complète.

   (b) Faire le bilan des ions majoritaires présents en solution au point B ; puis le bilan des ions qui apparaissent et disparaissent au cours du dosage de B à C. Justifier qualitativement pourquoi la conductivité de la solution augmente.

3. Partie (CD) Que se passe-t-il après le point C ? Pourquoi la conductivité augmente-t-elle ? Justifier que la pente de CD soit supérieure à celle de BC.

4. Sachant que $C_b = 5.10^{-2}$ mol.L^{-1} :

   (a) Calculer la concentration en acide éthanoïque dans le mélange M.

   (b) Calculer la concentration en acide éthanoïque dans le vinaigre.

5. Calculer le pH d'un vinaigre où la concentration en acide éthanoïque est égale à $C_0 = 5.10^{-2}$ mol.L^{-1}.

Commentaires et correction :

Problème 1

Cet exercice est destiné à tester les connaissances sur les caractéristiques et sur les points de fonctionnement.
J'ai vu quelques erreurs sur les unités. Il faut expliquer que n n'a pas d'unité car c'est un exposant. Inutile d'introduire des Ω dans l'unité de k.
Les questions suivantes n'ont pas posé trop difficultés. En revanche peu d'entre vous se sont attaqués au point de fonctionnement A savoir faire absolument.

Problème 2

Le problème a révélé quelques faiblesses dans vos compétences : beaucoup n'ont pas su écrire correctement la force du ressort, c'est à dire qu'ils n'ont pas respecté les choix imposés par le sujet. Je vous rappelle que la seule relation à connaître pour cette force est :

$$\vec{F} = -k(\ell - \ell_0)\vec{e_l}$$

où ℓ est la longueur du ressort, ℓ_0 sa longueur à vide et $\vec{e_l}$ un vecteur unitaire qui va du ressort vers le système à l'extrémité qui subit la force du ressort.
Plusieurs n'ont pas réussi à résoudre correctement l'équation différentielle :

$$\ddot{x} + \frac{k}{m}x = \frac{k}{m}x_{éq} \qquad (1)$$

ce qui constitue une faute professionnelle gravissime pour un apprenti physicien. Je vous rappelle que *vous devez absolument connaître par cœur les solutions des équations différentielles linéaires à coefficients constants du 1er et du 2ème ordre, homogènes ou avec second membre constant*.
Enfin, j'ai vu beaucoup d'erreurs dans l'expression de la pulsation propre ω_2 dans le cas d'un régime pseudo-périodique.
Plus anecdotique, beaucoup on confondu le rayon et le diamètre du bouchon à la fin.

Problème 3

Ce Problème montre à nouveau la nécessité de travailler les séances de TP. Beaucoup de raisonnements sur les dosages suivis par conductimétrie ne sont pas encore acquis. L'espèce CH_3COOH n'est pas un ion et n'intervient pas dans le bilan de conductivité.
Attention au volume équivalent dans les situations de dosages successifs : il faut retrancher ce qui a déjà servi pour les dosages précédents.
Le calcul de pH à la fin du problème n'a été que trop rarement correctement abordé. Penser à vérifier vos hypothèses.

Problème 1

1. n est sans dimension car c'est l'argument d'une exponentielle. k a pour unité mA.V^{-n}.

2. $i = ku^n$ conduit à : $\log(|i|) = \log(|k|) + n\log(|u|)$. On en déduit que $\log(|i|)$ est une fonction affine de $\log(|u|)$, avec une pente n et une ordonnée à l'origine $\log(|k|)$.

   La mesure de l'ordonnée à l'origine donne $\log(|k|)$ en prendre l'exponentielle donne $|k|$. Comme le dipôle est une résistance d'après son nom, on suppose k positif, ce qui permet de déterminer complètement k.

   La mesure de la pente permet d'atteindre n.

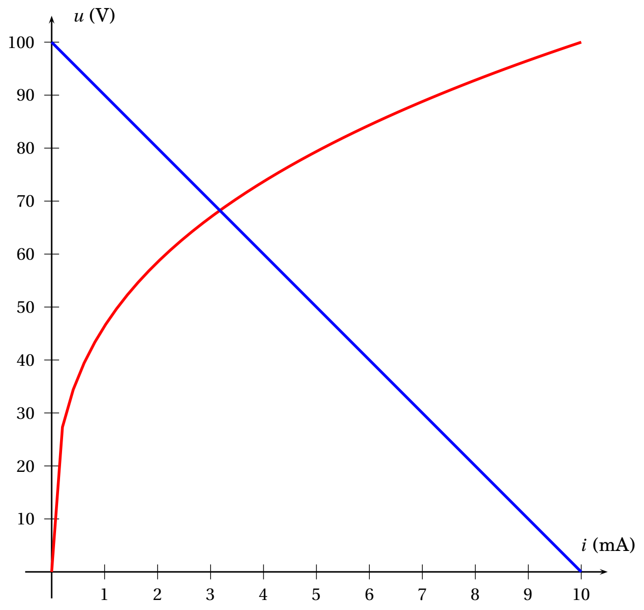
3. Les deux points de fonctionnement se traduisent par les relations :

$$\begin{aligned} \log i_1 &= \log k + n\log u_1 \\ \log i_2 &= \log k + n\log u_2 \end{aligned}$$

   On en déduit : $\boxed{n = \dfrac{\log i_1 - \log i_2}{\log u_1 - \log u_2} = 3}$

   On a alors $\boxed{k = 10^{\log i_1 - n\log u_1} \simeq 10^{-5}\text{mA.V}^{-3}}$.

4. La caractéristique est représentée ci–dessous :



On constate que la caractéristique passe par l'origine et que la fonction représentée est symétrique par rapport à l'origine : le dipôle est donc passif et symétrique.

5. La puisssance dissipée dans une résistance est égale à la puissance reçue, donc à :

$$\mathscr{P}_M = ui = ku^4 = k^{1/3} i^{4/3}$$

On en déduit : $\boxed{u_{\max} = \left(\frac{\mathscr{P}_M}{k}\right)^{1/4} = 100\text{ V}}$ et $\boxed{i_{\max} = \left(\frac{\mathscr{P}_M^3}{k}\right)^{1/4} = 10\text{ mA}}$

6. La caractéristique de l'ensemble générateur–résistance est $u - Ri$ tracée surla figure précédente. L'étude de l'intersection des deux courbes correspond au point de fonctionnement. La calculatrice fournit les coordonnées de ce point d'intersection : $\boxed{\text{i=3,15 mA ; u=68 V}}$

Problème 2

CCP TSI 2008

Première partie : Oscillateur harmonique non amorti

1/ Equation différentielle du mouvement

1.1/ Dans le référentiel galiléen du laboratoire, la masse m est soumise à :

- son poids : $\vec{P} = mg\vec{u_x}$
- la force de rappel du ressort :

$$\vec{F} = -k(x - x_0)\vec{u_x}$$

La poussée d'ARCHIMÈDE est négligeable dans l'air.
La deuxième loi de NEWTON donne :

$$m\vec{a} = \vec{P} + \vec{F}$$

En projection sur l'axe Ox , on obtient l'équation différentielle vérifiée par x :

$$m\ddot{x} = mg - k(x - x_0) \qquad (2)$$

A l'équilibre, on a :

$$0 = mg - k(x_{éq} - x_0) \qquad (3)$$

d'où on peut tirer :

$$\boxed{x_{éq} = x_0 + \frac{mg}{k}}$$

1.2/ Si on fait (1)-(2), on obtient :

$$m\ddot{x} = -k(x - x_{éq}) \qquad (4)$$

soit encore

$$\ddot{x} + \frac{k}{m}x = \frac{k}{m}x_{éq} \qquad (5)$$

On en déduit la pulsation propre ω_0 et la période propre T_0 :

$$\boxed{\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \text{ et } T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}}$$

1.3/ la solution générale de l'équation (3) s'écrit :

$$x(t) = A\cos\omega_0 t + B\sin\omega_0 t + x_{éq}$$

A $t=0$, $x=x_{éq}$ et $v=v_0$, d'où :

$$\boxed{x(t)=\frac{v_0}{\omega_0}\sin(\omega_0 t)+x_{éq}}$$

Deuxième partie : Oscillateur harmonique amorti par frottement fluide

2/ Période de l'oscillateur non amorti

Les oscillations libres correspondent à l'étude précédente avec $m=\rho V$ donc

$$\boxed{\omega_1=\omega_0=\sqrt{\frac{k}{\rho V}}}$$

3/ Détermination de la masse volumique du liquide

Dans le référentiel galiléen du laboratoire, la masse m est soumise à :
- son poids : $\vec{P}=mg\vec{u_x}=\rho V g\vec{u_x}$
- la force de rappel du ressort :

$$\vec{F}=-k(x-x_0)\vec{u_x}$$

- la poussée d'ARCHIMÈDE :

$$\vec{\Pi}=-\rho_\ell V g\vec{u_x}$$

- la force de frottement :

$$\vec{f}=-6\pi\eta R\vec{v}$$

A l'équilibre, on obtient en projection sur l'axe Ox :

$$\rho V g-k(x'_{éq}-x_0)-\rho_\ell V g=0$$

D'où

$$\boxed{\rho_\ell=\rho-\frac{k}{Vg}(x'_{éq}-x_0)}$$

4/ Oscillations pseudopériodiques de la sphère immergée dans le liquide

4.1/ En appliquant la deuxième loi de NEWTON, on obtient l'équation différentielle :

$$\rho V\ddot{x}=(\rho-\rho_\ell)Vg-k(x-x_0)-6\pi\eta R\dot{x}$$

soit encore :

$$\boxed{\rho V\ddot{x}+6\pi\eta R\dot{x}+kx=kx'_{éq}}$$

4.2/ L'équation caractéristique de l'équation homogène est :

$$\rho V r^2+6\pi\eta R r+k=0$$

Le mouvement est pseudopériodique si le discriminant est négatif donc

$$\Delta=(6\pi\eta R)^2-4k\rho V<0$$

ce qui correspond à

$$\boxed{k>k_0=\frac{(6\pi\eta R)^2}{4\rho V}}$$

La pseudopulsation est la partie imaginaire positive des solutions de l'équation caractéristique soit

$$\boxed{\omega_2=\frac{\sqrt{-\Delta}}{2\rho V}=\sqrt{\frac{k-k_0}{\rho V}}}$$

5/ Détermination du coefficient de viscosité du liquide

On constate que : $\omega_2^2=\omega_1^2-\frac{k_0}{\rho V}$
d'où

$$(6\pi\eta R)^2=(\omega_1^2-\omega_2^2)4(\rho V)^2$$

On en déduit :

$$\boxed{\eta=\frac{\rho V}{3\pi R}\sqrt{\omega_1^2-\omega_2^2}}$$

Troisième partie : Petites oscillations d'un bouchon de liège à la surface de l'eau

6/ A l'équilibre, le poids du bouchon est compensé par la poussée d'ARCHIMÈDE donc :

$$\rho V g=\rho_{eau}\frac{V}{2}g$$

d'où

$$\boxed{\rho=\frac{\rho_{eau}}{2}}$$

7.1/ Si $z \ll R$, le volume V_i de bouchon immergé peut se mettre sous la forme :

$$V_i \simeq \frac{V}{2} - (2Rz)L = \frac{V}{2} - az \text{ avec } \boxed{a = 2RL}$$

7.2/ En appliquant la deuxième loi de NEWTON et en projetant sur Oz, on obtient :

$$\rho V \ddot{z} = \rho_{eau} V_i g - \rho V g = \rho g \left(2\frac{V}{2} - az - V\right)$$

Soit

$$\ddot{z} = -\frac{4RLg}{V} z = -\frac{4g}{\pi R} z$$

D'où la pulsation ω_0 des petites oscillations verticales du bouchon :

$$\boxed{\omega_0 = \sqrt{\frac{4g}{\pi R}}}$$

7.3/ La solution de l'équation différentielle est

$$z(t) = A\cos\omega_0 t + B\sin\omega_0 t$$

En utilisant les conditions initiales, on obtient :

$$\boxed{z(t) = z_0 \ cos\omega_0 t}$$

Problème 3

1. Partie (AB)

   (a) Dans cette partie, on dose l'acide le plus fort H_3O^+ avec la base la plus forte, d'où la réaction :

   $$H_3O^+ + HO^- = 2\ H_2O \text{ de constante } K = 10^{14}$$

   La réaction est donc quantitative. En faisant intervenir tous les ions, la réaction s'écrit :

   $$H_3O^+ + Cl^- + Na^+ + HO^- = 2\ H_2O + Na^+ + Cl^-$$

   (b) En A les ions majoritaires sont H_3O^+ et Cl^-. Entre A et B on ajoute OH^- qui consomme H_3O^+. On ajoute en même temps les ions Na^+ qui ne sont pas consommés. En fait, on *remplace* H_3O^+ par Na^+. Comme la conductivité molaire limite de H_3O^+ est plus grande que celle de Na^+, la conductivité diminue.

   (c) La conductivité est donnée par :

   $$\sigma = \lambda_{H_3O^+}[H_3O^+] + \lambda_{Cl^-}[Cl^-] + \lambda_{Na^+}[Na^+]$$

   (d) En notant V_T le volume total pratiquement constant, on a :

   $$[H_3O^+] = \frac{n_0 - C_b V_b}{V_T} \ ; \ [Cl^-] = \frac{n_0}{V_T} \ ; \ [Na^+] = \frac{C_b V_b}{V_T}$$

   (e) On a donc :

   $$\sigma = \lambda_{H_3O^+} \frac{n_0 - C_b V_b}{V_T} + \lambda_{Cl^-} \frac{n_0}{V_T} + \lambda_{Na^+} \frac{C_b V_b}{V_T}$$

   soit

   $$\boxed{\sigma = \frac{n_0}{V_T}\left(\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{Cl^-}\right) + \frac{C_b}{V_T}\left(\lambda_{Na^+} - \lambda_{H_3O^+}\right) V_b}$$

   On obtient bien une droite de pente $\frac{C_b}{V_T}\left(\lambda_{Na^+} - \lambda_{H_3O^+}\right) < 0$

2. Partie (BC)

   (a) Lorsqu'on n'a plus d'ions H_3O^+, la réaction prépondérante devient :

   $$CH_3COOH + HO^- = CH_3COO^- + H_2O$$

   soit en considérant tous les ions :

   $$CH_3COOH + HO^- + Na^+ + Cl^- = CH_3COO^- + H_2O + Na^+ + Cl^-$$

   (b) En B les ions majoritaires sont Na^+ et Cl^-. Entre B et C, on *remplace* CH_3COOH, neutre, par CH_3COO^- en ajoutant Na^+. La présence d'ions supplémentaires fait augmenter la conductivité.

3. Partie (CD)

   Après le point C, toutes les espèces ont été dosées.. Comme on ajoute des ions Na^+ et les ions OH^-, la conductivité augmente. La pente de la partie CD est supérieure à celle de la partie BC car on ajoute Na^+ et OH^-, au lieu de CH_3COO^- et Na^+, et car $\lambda_{HO^-} > \lambda_{CH_3COO^-}$.

4. (a) Le dosage de l'acide éthanoïque a lieu entre B et C. Le volume versé correspondant est $V_{eq} = 15{,}8 - 5 = 10{,}8$ mL de soude, soit une quantité d'ions HO^- :

   $$n_{HO^-} = C_b V_{eq} = 5.10^{-2} \times 10{,}8.10^{-3} \text{ mol}$$

   Il y avait autant d'ions CH_3COOH à doser dans le prélèvement de 10 mL du mélange M, c'est à dire qu'on avait une concentration :

   $$\boxed{C_{\text{acide éthanoïque dans M}} = \frac{5.10^{-2} \times 10{,}8.10^{-3}}{10.10^{-3}} = 5{,}4 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}}$$

(b) 1 L de solution M contenait un volume V_1 de vinaigre. Le prélèvement V_0 de M contient donc un volume $\frac{V_0}{1}.V_1 = \frac{10}{1000} \times 50\ \text{mL} = 0,50\ \text{mL}$ de vinaigre, soit une concentration :

$$\boxed{C_{\text{acide éthanoïque dans vinaigre}} = \frac{5.10^{-2} \times 10,8.10^{-3}}{0,5.10^{-3}} = 1,08\ \text{mol.L}^{-1}}$$

5. Dans cette solution la réaction prépondérante est :

C en mol.L^{-1}	CH_3COOH	$+ H_2O$	$= CH_3COO^-$	$+ H_3O^+$
initiales	C_0	excès	–	–
équilibre	$C_0 - h$	excès	h	h

La loi de GULDBERG et WAAGE conduit à :

$$K_a = \frac{h^2}{C_0 - h}$$

Faisons l'hypothèse d'un acide peu dissocié, on a alors $h \ll C_0$ et l'équation précédente devient :

$$K_a = \frac{h^2}{C_0} \Rightarrow h = \sqrt{K_a C_O}$$

On a alors $\boxed{\text{pH} = \frac{1}{2}\left(\text{pK}_a + \text{p}c\right) = 3,05}$

On constate qu'on est bien dans le domaine de prédominance de l'acide pH < $\text{pK}_a - 1$, ce qui valide l'hypothèse. Comme pH < 6,5, il n'y a pas lieu de tenir compte de l'autoprotolyse de l'eau.