

DS 4 le 14 janvier 2013
CHIMIE – ÉLECTRICITÉ

NB : Le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction. Les copies illisibles ou mal présentées seront pénalisées.

Toute application numérique ne comportant pas d'unité ne donnera pas lieu à attribution de points.

Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

Question de cours 1

1. Rappeler les différentes définitions de vitesse utilisées en cinétique chimique. Illustrer ces définitions en utilisant une réaction chimique de votre choix.
2. De quels éléments dépend la vitesse de réaction d'une réaction chimique ?

Problème 1

On supposera dans tout ce problème que l'on peut assimiler activité et concentration et que la température est fixée à 25°C. On se propose d'étudier le fonctionnement d'un accumulateur au plomb, assimilé à une pile électrochimique réversible. Celui-ci comporte deux électrodes constituées respectivement :

- d'une lame de plomb,
- d'une couche de dioxyde de plomb PbO_2 déposée sur une électrode inerte de plomb. L'électrolyte est une solution concentrée d'acide sulfurique de pH inférieur à 0,5.

1. Quelles sont les espèces majoritaires présentes dans une solution d'acide sulfurique concentrée de pH inférieur à 0,5 ?
2. En milieu sulfurique, les ions Pb^{2+} sont en équilibre avec le sulfate de plomb très peu soluble. Ecrire l'équation-bilan de la réaction de formation de PbSO_4 en faisant intervenir les espèces prépondérantes dans le milieu dont le pH est inférieur à 0,5. Donner l'expression de sa constante d'équilibre, ainsi que la valeur numérique correspondante.
3. Montrer que la concentration en ions Pb^{2+} est imposée dans un milieu sulfurique concentré. Quelle en est la valeur numérique ?

4. Quelle est le potentiel de la demi-pile avec la lame de plomb ?
5. Pour la demi-pile avec l'électrode en dioxyde de plomb, indiquer quel est le couple en jeu. Préciser le réducteur et l'oxydant en indiquant les nombres d'oxydation. Quel est le potentiel de cette demi-pile ?
6. Quelle est la borne positive de l'accumulateur ?
7. Exprimer sa force électromotrice E à courant nul en fonction du pH.
8. Pourquoi a-t-on intérêt à utiliser de l'acide sulfurique relativement concentré comme électrolyte ?
9. Ecrire l'équation-bilan de la réaction de décharge de l'accumulateur : on veillera à faire intervenir les espèces prépondérantes dans le milieu.
10. Comment recharge-t-on un tel accumulateur ? Quelles sont les réactions qui se produisent ?
11. Sachant que l'accumulateur est scellé, expliquer pourquoi il existe une limite de tension à imposer lors de la recharge.

Données :

Dans tous les calculs, les gaz seront assimilés à des gaz parfaits et les phases solides seront considérées comme non miscibles. Les indices (s) et (g) désignent respectivement les espèces en phase solide et en phase gazeuse.

Constante d'acidité (à 25°C) :

H_2SO_4 : première acidité forte, $\text{pK}_{\text{A}2} = 1,9$

Produit de solubilité (à 25°C) :

$\text{pK}_{\text{s}}(\text{PbSO}_4) = 7,8$

Potentieux redox standard (à pH = 0 et 25°C) :

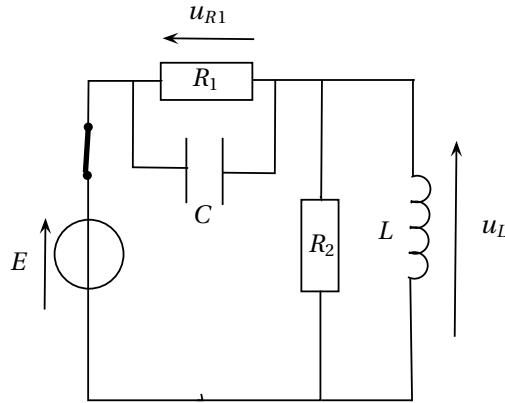
$E^\circ_{\text{Pb}^{2+}/\text{Pb}} = -0,13 \text{ V}$; $E^\circ_{\text{PbO}_2/\text{Pb}^{2+}} = +1,47 \text{ V}$; $E^\circ_{\text{O}_2/\text{H}_2\text{O}} = +1,23 \text{ V}$; $E^\circ_{\text{H}^+/\text{H}_2} = +0,00 \text{ V}$

On considérera que : $\frac{RT \ln 10}{F} = 0,06$ à 25°C.

Problème 2

Ce problème tiré du concours ENAC Pilotes est un QCM. Le but est d'indiquer toutes les bonnes réponses parmi les solutions proposées. Il faut évidemment justifier les réponses choisies !

On s'intéresse dans ce problème au circuit suivant qui comporte deux résistors de résistances $R_1 = 2 \text{ k}\Omega$ et $R_2 = 5 \text{ k}\Omega$, un condensateur de capacité $C = 200 \text{ nF}$, une bobine supposée idéale d'inductance $L = 10 \text{ mH}$, un générateur idéal de tension stationnaire $E = 12 \text{ V}$ et un interrupteur initialement fermé.



1. En régime stationnaire établi (ou permanent), la tension aux bornes du résistor R_1 est :

A) $u_{R_1} = E \frac{R_1}{R_1 + R_2}$
 B) $u_{R_1} = 0$
 C) $u_{R_1} = E$
 D) $u_{R_1} = E \frac{R_1 R_2 C}{L}$

2. En régime stationnaire établi, la puissance reçue par le résistor R_2 est :

A) $\mathcal{P}_{R_2} = R_2 \left(\frac{E}{R_1 + R_2} \right)^2$
 B) $\mathcal{P}_{R_2} = 0$
 C) $\mathcal{P}_{R_2} = \frac{E^2}{R_2}$
 D) $\mathcal{P}_{R_2} = \frac{1}{2} C E^2$

3. On suppose le régime établi atteint, puis, à un instant pris comme origine des temps ($t = 0$), on ouvre l'interrupteur. Quelle est l'équation différentielle vérifiée par u_L ?

A) $\frac{du_L}{dt} + \frac{R_2}{L} u_L = 0$
 B) $LC \frac{d^2 u_L}{dt^2} + \left(\frac{L}{R_1} + \frac{L}{R_2} \right) \frac{du_L}{dt} + u_L = 0$
 C) $\frac{du_L}{dt} + \frac{R_2}{L} u_L = E$
 D) $LC \frac{d^2 u_L}{dt^2} + \left(\frac{1}{R_1 C} + \frac{L}{R_2} \right) \frac{du_L}{dt} + u_L = E$

4. La condition initiale est à l'instant $t = 0^+$:

A) $u_L(0^+) = \frac{LE}{R_1 R_2 C}$
 B) $u_L(0^+) = E$
 C) $u_L(0^+) = 0$
 D) $u_L(0^+) = -E \frac{R_2}{R_1}$

5. Exprimer l'énergie reçue par le condensateur au cours de ce régime transitoire ($t > 0$) :

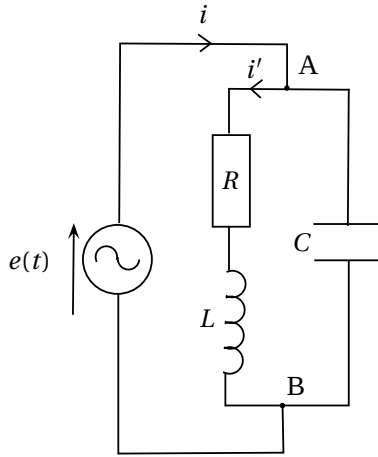
A) $\mathcal{E}_C = -\frac{1}{2} C E^2$
 B) $\mathcal{E}_C = \frac{R_1}{R_1 + R_2} C E^2$
 C) $\mathcal{E}_C = -\frac{1}{2} L \left(\frac{E}{R_2} \right)^2$
 D) $\mathcal{E}_C = C E^2$

6. On remplace le générateur stationnaire par un générateur sinusoïdal, l'interrupteur étant en position fermée. Le circuit se comporte comme un filtre d'entrée $e(t)$ et de sortie $u_L(t)$. Il s'agit d'un filtre :

- A) passe-haut
 B) passe-bas
 C) passe-bande
 D) coupe-bande

Problème 3

On s'intéresse dans ce problème au circuit (C_1) suivant, alimenté par une source de tension alternative de f.e.m. $e(t) = E \cos(\omega t)$. La bobine idéale a une inductance L ($L = 0,10 \text{ H}$), le conducteur ohmique une résistance R ($R = 10 \Omega$) et le condensateur une capacité C ($C = 1,0 \text{ nF}$).



A. Questions préliminaires

1. Qu'appelle-t-on résonance en intensité dans un circuit? Par analogie que peut-on appeler antirésonance en intensité?
2. Dans le cas du circuit R, L, C série quelle est l'expression de l'impédance complexe $\underline{Z}$ du dipôle constitué par l'association de ces trois éléments? Quelle est l'expression du module $Z(\omega)$ de cette impédance complexe?
3. A quelle condition sur $Z(\omega)$ a-t-on résonance en intensité dans le circuit série? Pour quelle valeur ω_0 de la pulsation ce phénomène se produit-il? Que peut-on dire à la résonance du déphasage de l'intensité dans le circuit par rapport à la tension appliquée aux bornes de la portion R, L, C série du circuit?

B. Etude du circuit anti-résonant

1. Calculer l'impédance complexe du dipôle AB.
2. En déduire que le module au carré de l'impédance du dipôle AB s'écrit :

$$Z^2(\omega) = \frac{R^2 + L^2\omega^2}{(1 - LC\omega^2)^2 + R^2C^2\omega^2}$$

3. Une dérivation non demandée montre que $Z(\omega)$ passe par un extremum pour une pulsation ω'_0 qui vérifie :

$$\omega'^2_0 = \omega^2_0 \left[\sqrt{1 + 2\frac{R^2C}{L}} - \frac{R^2C}{L} \right]$$

- a. Vérifier que : $\frac{R^2C}{L} \ll 1$
- b. Montrer que

$$\omega'_0 \simeq \omega_0 [1 - f(R, L, C)]$$

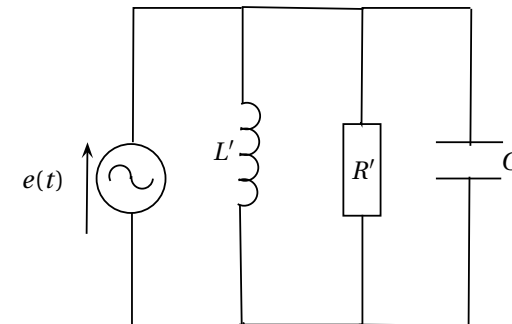
où ω_0 représente la pulsation de résonance du circuit R, L, C série établie précédemment et $f(R, L, C)$ une fonction de R, L et C dont on précisera l'expression.

On rappelle le développement de TAYLOR de la fonction de la variable x autour de $x = 0$:

$$\sqrt{1 + 2x} = 1 + \frac{1}{2}2x - \frac{1}{8}(2x)^2 + \dots$$

- c. Calculer numériquement $f(R, L, C)$ pour le circuit étudié. Que peut-on alors dire de ω'_0 et ω_0 ? Dans toute la suite on pourra utiliser l'approximation $\omega'_0 \simeq \omega_0$.
4. Donner les limites de $Z(\omega)$ en 0 et en l'infini. Donner l'allure des variations de cette fonction en précisant la valeur de $Z(\omega'_0) = Z_m$. Justifier qu'on parle d'*antirésonance* dans ce cas.
5. Etablir une relation entre $\underline{i}$, $\underline{i}'$, R, L, C et ω .
6. Notons respectivement I et I' les amplitudes de i et i' . Montrer qu'à l'antirésonance le courant I' dans la branche constituée par la bobine et le conducteur ohmique est beaucoup plus grand que celui I dans le circuit général.

Soit (C_2) le circuit suivant, constitué de l'association parallèle d'une bobine idéale d'inductance L' , d'un conducteur ohmique de résistance R' et d'un condensateur de capacité C , identique à celui intervenant dans le circuit (C_1) .



7. Montrer qu'au voisinage de l'antirésonance les circuits (C_1) et (C_2) peuvent être considérés comme équivalents et calculer alors L' et R' pour que cette équivalence soit réalisée. On utilisera avantageusement les admittances pour traiter cette question.

Commentaires et correction :

Problème 1

Sujet d'oxydo-réduction du concours Mines-Ponts.

Attention, vous devriez tous savoir que l'acide sulfurique H_2SO_4 est un acide fort. C'était d'ailleurs indiqué dans le sujet. Il n'est donc plus présent dans la solution. L'accumulateur au plomb n'a pas toujours été bien traité car les réactions écrites n'étaient pas les bonnes. Il fallait bien suivre les instructions du sujet.

Beaucoup d'erreurs sur les applications numériques. Lorsqu'on fait plusieurs calculs numériques à la suite, il ne faut pas réutiliser les valeurs numériques arrondis dans les calculs suivants, mais prendre les valeurs avec tous les chiffres de la machine tant qu'on traite des calculs intermédiaires.

La dernière question était un peu délicate. Elle vous apparaîtra plus simple en 2ème année quand vous aurez traité le chapitre sur l'électrolyse.

Problème 2

Partie classique d'un problème de l'ENAC, qui permettait de réviser le régime transitoire dans un circuit électrique. Beaucoup d'erreurs ont été commises. Il n'y a que deux règles possibles à appliquer pour savoir ce qui se passe au moment de l'ouverture de l'interrupteur : la continuité de l'intensité du courant qui traverse la bobine et de la tension aux bornes du condensateur.

Reprendre le calcul de l'énergie du condensateur par intégration de la puissance qui souvent n'a pas été mené.

Rappelons que dans ce type de problème, on demande davantage une démonstration d'un des résultats proposés qu'une élimination des autres propositions.

Problème 3

Partie de problème des ex-Petites Mines. Très classique, assez simple pour qui maîtrise bien son cours sur la résonance d'intensité dans le circuit RLC série. Beaucoup d'erreurs ont été commise sur le calcul de l'expression $\sqrt{1+2x^2} - x$ pour $x = \frac{R^2 C}{L}$ petit. Vous reverrez ce type de calcul en mathématiques. La réponse correcte était obtenu à partir d'un développement de TAYLOR de cette fonction de x autour de $x = 0$.

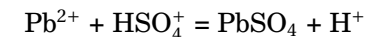
$$\sqrt{1+2x} - x = 1 + \frac{1}{2}2x - \frac{1}{8}(2x)^2 + \dots - x = 1 - \frac{1}{2}x^2 + \dots$$

Cette relation n'était pas donnée dans le texte original.

Problème 1

- Comme $\text{pH} < 0,5 < 1,9-1$, HSO_4^- et H_3O^+ (noté H^+ dans la suite) sont les espèces majoritaires.

- La réaction de précipitation s'écrit en milieu très acide :



dont la constante d'équilibre vaut :

$$K = \frac{[\text{H}^+]}{[\text{Pb}^{2+}][\text{HSO}_4^+]} = \frac{K_a}{K_s} = 10^{5,9}$$

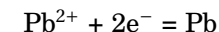
La réaction est quantitative.

- En milieu sulfurique concentré, on a $[\text{HSO}_4^+] \approx [\text{H}^+]$. Lorsqu'il y a précipitation de PbSO_4 , la constante précédente donne

$$K = \frac{[\text{H}^+]}{[\text{Pb}^{2+}][\text{HSO}_4^+]} \approx \frac{1}{[\text{Pb}^{2+}]} = 10^{5,9}$$

d'où $[\text{Pb}^{2+}] = 10^{-5,9} \text{ mol.L}^{-1}$. Cette valeur est imposée dès lors qu'il y a précipitation.

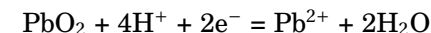
- Pour la demi-pile Pb/Pb^{2+} , la demi-équation électronique s'écrit :



de formule de NERNST

$$E_2 = -0,13 + 0,03 \log[\text{Pb}^{2+}] = -0,31 \text{ V}$$

- Pour la demi-pile avec l'électrode en dioxyde de plomb, le couple en jeu est $\text{PbO}_2/\text{Pb}^{2+}$ de demi-équation électronique :



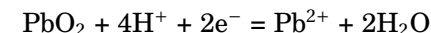
PbO_2 est l'oxydant (Pb a pour nombre d'oxydation (no) +IV), Pb^{2+} est le réducteur (no de +II) La formule de NERNST s'écrit :

$$E_1 = 1,47 - 0,03 \log[\text{Pb}^{2+}] - 0,12 \text{pH} = 1,65 - 0,12 \text{pH}$$

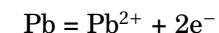
- La borne positive a le potentiel le plus élevé, c'est la demi-pile avec PbO_2
- La fem de la pile vaut :

$$E = E_1 - E_2 = 1,95 - 0,12 \text{pH en Volt}$$

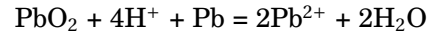
- On se place en milieu très acide car la fem décroît si le pH augmente.
- Lors de la décharge, l'accumulateur fonctionne comme une pile. A la borne, les électrons arrivent : il y a réduction selon



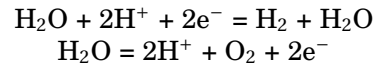
A la borne négative, il y a oxydation du plomb :



Le bilan de fonctionnement de la pile est donc



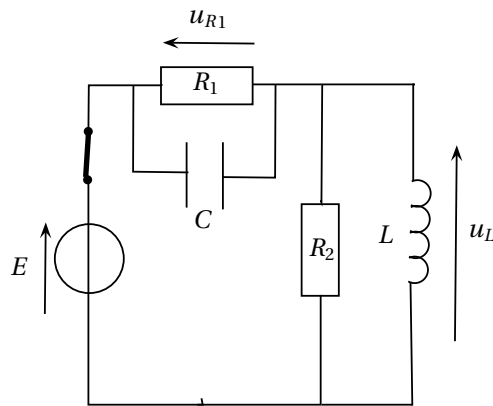
10. On recharge avec un générateur extérieur qui impose le sens de courant opposé au sens spontané de la pile. Il se produit les réactions inverses des précédentes.
11. Si la tension est trop forte, il peut y avoir en plus oxydation de l'eau à l'anode et réduction de H^+ à la cathode, ce qui produit des dégagement gazeux de O_2 et H_2 suivant les réactions :



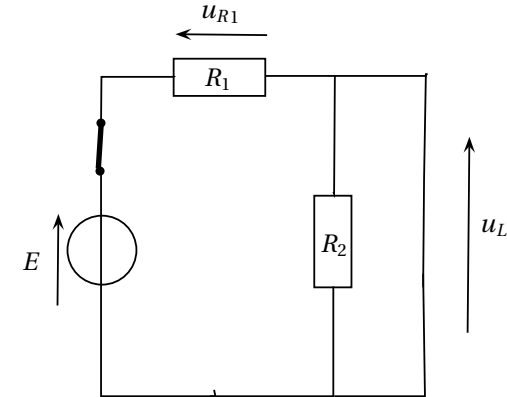
La pression augmente alors dans l'accumulateur ; s'il est scellé, il risque d'exploser.

Problème 2

On s'intéresse dans ce problème au circuit suivant :

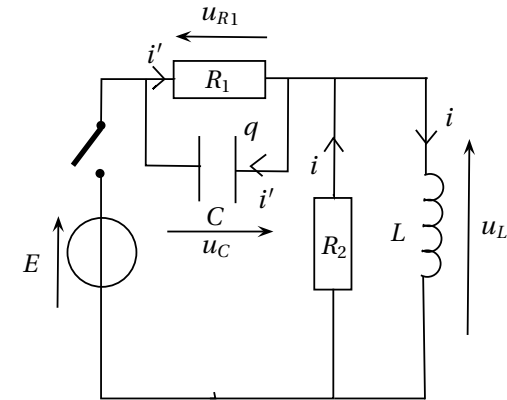


1. En régime permanent, le condensateur est un coupe-circuit et la bobine un court-circuit, d'où le montage équivalent :



Dans ce cas la résistance R_2 ne joue aucun rôle et la tension aux bornes de R_1 est égale à E d'après la loi des mailles. (réponse C)

2. En régime permanent, l'intensité qui circule dans R_2 est nulle. La puissance reçue par R_2 vaut donc : $\mathcal{P}_{R_2} = R_2 I^2 = 0$ (réponse B)
3. Lorsque l'interrupteur est ouvert, le même courant i circule dans R_2 et L .



La loi des mailles appliquée à la boucle de droite s'écrit : $u_L + L \frac{di}{dt} = 0$ avec $u_L = R_2 i$. On a donc l'équation différentielle : $L \frac{du_L/R_2}{dt} + u_L = 0$ soit $\frac{du_L}{dt} + \frac{R_2}{L} u_L = 0$ (réponse A).

4. A l'instant $t < 0$ en régime permanent, le courant traversant la bobine vaut $i = \frac{E}{R_1}$. Ce courant prend la même valeur à $t = 0$ en raison de la continuité du courant traversant une bobine. A $t = 0$ l'interrupteur étant ouvert, ce courant traverse la résistance R_2 et impose une tension $u_L = U_{R_2} = -R_2 i = -R_2 \frac{E}{R_1}$ (réponse D)

5. L'énergie reçue par le condensateur se calcule en intégrant la puissance reçue entre $t = 0$ et $t_\infty \rightarrow +\infty$

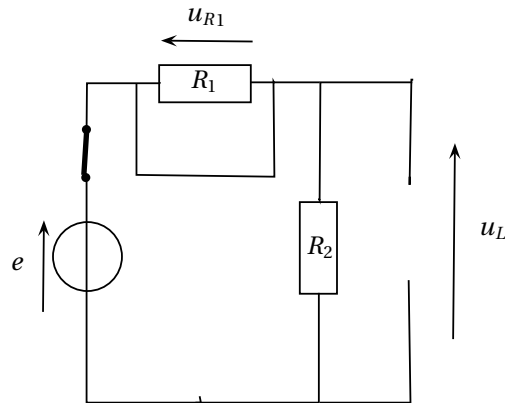
$$\mathcal{E}_C = \int_0^{t_\infty} u_C i' dt = \int_0^{t_\infty} \frac{q}{C} \frac{dq}{dt} dt = \left[\frac{q^2}{2C} \right]_0^{t_\infty}$$

Or à $t = 0$, $q(t = 0) = q(t < 0) = C \cdot (-u_{R1}) = -CE$ car il y a continuité de la charge aux bornes du condensateur et, à $t_\infty \rightarrow +\infty$, $q(t_\infty) = 0$ car le condensateur s'est déchargé à travers la résistance R_1 .

On a donc $\mathcal{E}_C = 0 - \frac{(-CE)^2}{2C} = -\frac{CE^2}{2}$ (réponse A)

6. A la limite des basses fréquences, le montage se comporte comme en régime permanent, on a donc en sortie du filtre $u_L \approx 0$. Les basses fréquences ne passent pas.

A la limite des hautes fréquences, le circuit a le comportement suivant :



La loi des mailles permet de montrer que la tension aux bornes de R_2 est égale à $e(t)$. C'est aussi la tension $u_L = e(t)$. Les hautes fréquences passent.

Le circuit se comporte en passe-haut (réponse A)

Problème 3

A. Questions préliminaires

- On parle de résonance en intensité dans un circuit quand l'intensité du courant atteint un maximum. On parlera d'antirésonance, lorsque l'intensité du courant atteint un minimum.
- Dans le cas d'un circuit R, L, C série, l'impédance complexe est égale à :

$$\underline{Z} = R + jL\omega + \frac{1}{jC\omega}$$

soit en module :

$$Z(\omega) = |\underline{Z}| = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$$

3. Lorsqu'il y a résonance d'intensité, l'amplitude de l'intensité, c'est à dire le module de l'intensité complexe, est maximum. Or, par définition de l'impédance :

$$|\underline{I}| = \frac{|\underline{U}|}{|\underline{Z}|} = \frac{E}{Z(\omega)}$$

où E représente l'amplitude de la tension appliquée au circuit R, L, C série. On en déduit donc que la résonance d'intensité correspond à un minimum de $Z(\omega)$, ce qui s'obtient pour $Z(\omega) = R$ lorsque $L\omega - \frac{1}{C\omega} = 0$, c'est à dire, lorsque

$$\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

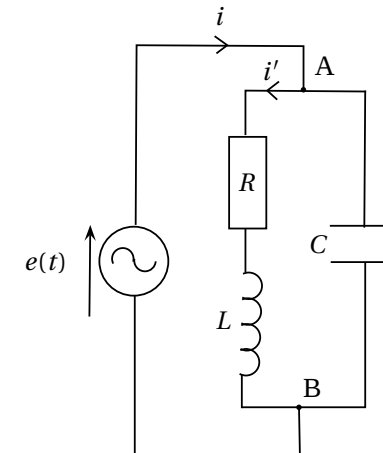
Le déphasage de l'intensité dans le circuit par rapport à la tension aux bornes du circuit R, L, C série est égale à :

$$\varphi_i - \varphi_u = \text{Arg}(\underline{I}) - \text{Arg}(\underline{U}) = -\text{Arg}(\underline{Z})$$

A la résonance, le déphasage est nul car $Z(\omega_0) = R$

B. Etude du circuit anti-résonant

1. On s'intéresse maintenant au circuit suivant :



Le dipôle AB est constitué du condensateur C en parallèle avec l'ensemble R, L série ; il a donc pour impédance :

$$\underline{Z} = \frac{\frac{1}{jC\omega}(R + jL\omega)}{\frac{1}{jC\omega} + R + jL\omega} = \frac{R + jL\omega}{1 + jRC\omega - LC\omega^2}$$

2. On en déduit pour le module au carré de l'impédance :

$$Z^2(\omega) = \frac{|R + jL\omega|^2}{|1 - LC\omega^2 + jRC\omega|^2} = \frac{R^2 + L^2\omega^2}{(1 - LC\omega^2)^2 + R^2C^2\omega^2}$$

3. a. L'application numérique conduit à :

$$\frac{R^2C}{L} = \frac{10^2 \times 10^{-9}}{0,10} = 10^{-6}$$

ce qui permet d'affirmer que $\frac{R^2C}{L} \ll 1$

b. On réalise un développement limité de $Z(\omega)$ en zéro à l'ordre deux en $\frac{R^2C}{L}$. Avec :

$$\sqrt{1 + 2\frac{R^2C}{L}} = 1 + \frac{1}{2}2\frac{R^2C}{L} - \frac{1}{8}\left(2\frac{R^2C}{L}\right)^2 + \dots$$

on obtient :

$$\begin{aligned}\omega'^2_0 &\simeq \omega_0^2 \left[1 + \frac{1}{2}2\frac{R^2C}{L} - \frac{1}{8}\left(2\frac{R^2C}{L}\right)^2 + \dots - \frac{R^2C}{L} \right] \\ &\simeq \omega_0^2 \left[1 - \frac{1}{8}\left(2\frac{R^2C}{L}\right)^2 + \dots \right]\end{aligned}$$

En réutilisant le développement $\sqrt{1+2x} = 1 + \frac{1}{2}2x - \frac{1}{8}(2x)^2 + \dots$, on en déduit :

$$\begin{aligned}\omega'_0 &\simeq \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{8}\left(2\frac{R^2C}{L}\right)^2 + \dots} \\ &\simeq \omega_0 \left[1 - \frac{1}{2} \frac{1}{8}\left(2\frac{R^2C}{L}\right)^2 + \dots \right] \\ &\simeq \omega_0 \left[1 - \frac{1}{4}\left(\frac{R^2C}{L}\right)^2 + \dots \right]\end{aligned}$$

La fonction $f(R, L, C)$ recherchée a donc pour expression

$$f(R, L, C) = \frac{1}{4} \left(\frac{R^2C}{L} \right)^2$$

c. L'application numérique conduit à :

$$\frac{1}{4} \left(\frac{R^2C}{L} \right)^2 = 0,25 \left(\frac{10^2 \times 10^{-9}}{0,10} \right)^2 = 2,5 \times 10^{-13}$$

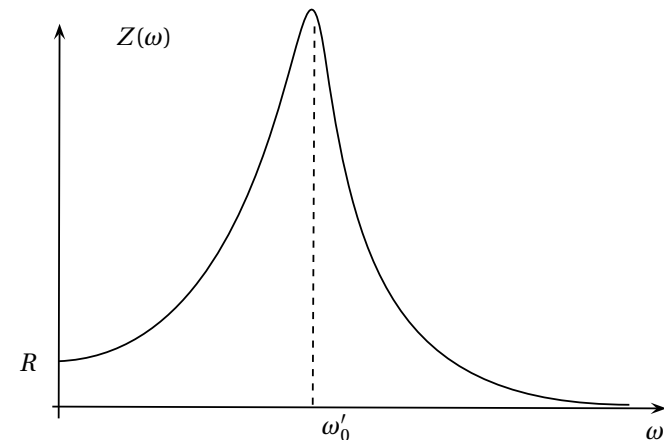
ce qui permet de confirmer l'approximation $\omega'_0 \simeq \omega_0$.

4. Pour $\omega \rightarrow 0$, on a $Z(0) = R$; pour $\omega \rightarrow +\infty$, on a $Z(\omega) \rightarrow 0$.

D'après l'énoncé $Z(\omega)$ a un maximum en $\omega \simeq \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{10^{-9} \times 0,1}} = 10^5 \text{ rad.s}^{-1}$. La valeur de $Z(\omega_0)$ est :

$$Z(\omega_0) = \sqrt{\frac{R^2 + \frac{L}{C}}{\frac{R^2C}{L}}} = \sqrt{\frac{L}{C} + \frac{L^2}{R^2C^2}} = 10^7 \Omega$$

La figure suivante donne allure du tracé de la fonction :



Pour $\omega = \omega'_0$ on a un maximum de $Z(\omega)$ qui implique un minimum d'amplitude pour l'intensité donc une antirésonance.

5. Le courant $\underline{i}'$ se calcule en utilisant la relation du pont diviseur de courant :

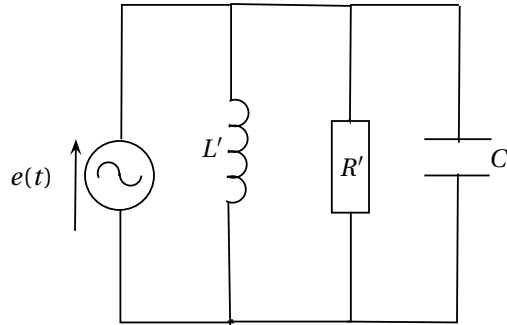
$$\underline{i}' = \frac{\frac{1}{jC\omega}}{R + jL\omega + \frac{1}{jC\omega}} \underline{i} = \frac{\underline{i}}{1 - LC\omega^2 + jRC\omega}$$

6. A l'antirésonance $\omega \simeq \omega_0$ et on a donc :

$$\underline{I'} \simeq \frac{\underline{I}}{jRC\omega_0} = -j \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} \underline{I}$$

Numériquement $\frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{1}{10} \sqrt{\frac{0,1}{10^{-9}}} = 10^3$ ce qui implique que le courant I' dans la branche constituée par la bobine et le conducteur ohmique est beaucoup plus grand que celui I dans le circuit général.

On considère maintenant le circuit suivant :



7. L'admittance de la portion R, L, C parallèle vaut :

$$\underline{Y'} = jC\omega + \frac{1}{R'} + \frac{1}{jL'\omega} = jC\omega + \frac{1}{R'} - \frac{j}{L'\omega}$$

Le dipôle AB avait pour admittance :

$$\underline{Y} = jC\omega + \frac{1}{R + jL\omega} = jC\omega + \frac{R}{R^2 + L^2\omega^2} - \frac{jL\omega}{R^2 + L^2\omega^2}$$

Il y a équivalence entre les deux montages si l'on choisit R' et L' tels que :

$$\frac{1}{R'} = \frac{R}{R^2 + L^2\omega^2} \quad \text{et} \quad \frac{1}{L'\omega} = \frac{L\omega}{R^2 + L^2\omega^2}$$

En tenant compte de $\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ à l'antirésonance, on obtient :

$$R' = R + \frac{L}{RC} = 10^7 \Omega \quad \text{et} \quad L' = L + R^2 C = 0,1 \text{ mH}$$