

Concours blanc 2013 MPSI - DS 8

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, d'une part il le signale au chef de salle, d'autre part il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

Problème 1

(Extraits Centrale TSI 2011)

amortissement et facteur de qualité d'un circuit RLC

On considère le circuit RLC série représenté sur la **figure 1**. On définit les quantités suivantes : la pulsation propre $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ et le facteur de qualité $Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$.

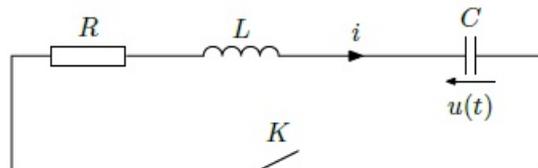


Figure 1 Circuit RLC série

L'interrupteur K est fermé à un instant $t = 0$ choisi comme origine des temps. Le condensateur est initialement chargé : $u(t = 0) = u_0$.

I.A.1) Établir l'équation différentielle vérifiée par $u(t)$ pour $t \geq 0$. On y fera apparaître ω_0 et Q . Préciser les différents régimes d'évolution possibles selon les valeurs de Q . On suppose $Q \geq 1/2$ dans la suite.

I.A.2) a) Établir l'expression de $u(t)$ pour $t \geq 0$, compte tenu des conditions initiales que vous explicitez et justifierez.

b) Définir la pseudo-pulsation ω des oscillations libres en fonction de ω_0 et Q . Définir aussi le temps caractéristique d'amortissement des oscillations libres en fonction de ω_0 et Q .

I.A.3) On souhaite visualiser la tension $u(t)$ sur l'écran d'un oscilloscope dont l'entrée est modélisée par l'association en parallèle d'une résistance $R_0 = 1,0 \text{ M}\Omega$ et d'une capacité $C_0 = 11 \text{ pF}$.

a) Montrer que si l'on tient compte de l'oscilloscope, l'équation différentielle vérifiée par $u(t)$ devient :

$$L(C + C_0) \frac{d^2 u}{dt^2} + \left(\frac{L}{R_0} + RC + RC_0 \right) \frac{du}{dt} + \left(1 + \frac{R}{R_0} \right) u = 0$$

b) Quelles relations qualitatives doivent vérifier R, L, C, R_0 et C_0 pour que la mise en place de l'oscilloscope ait une influence négligeable sur les oscillations étudiées? Vérifier qu'avec les valeurs usuelles de R, L et C utilisées en travaux pratiques ces relations sont vérifiées.

c) On définit le décrément logarithmique comme étant la quantité $d_m = \ln \frac{u(t)}{u(t + mT)}$ où $T = 2\pi/\omega$ et m est un entier strictement positif. Exprimer d_m en fonction de m et de Q .

d) On réalise un montage expérimental où le circuit RLC est excité par un générateur BF. Comment faut-il choisir le signal délivré par le générateur pour observer les oscillations libres du circuit? La tension aux bornes du condensateur est enregistrée grâce à un logiciel d'acquisition. Le signal obtenu est représenté sur la **figure 2**.

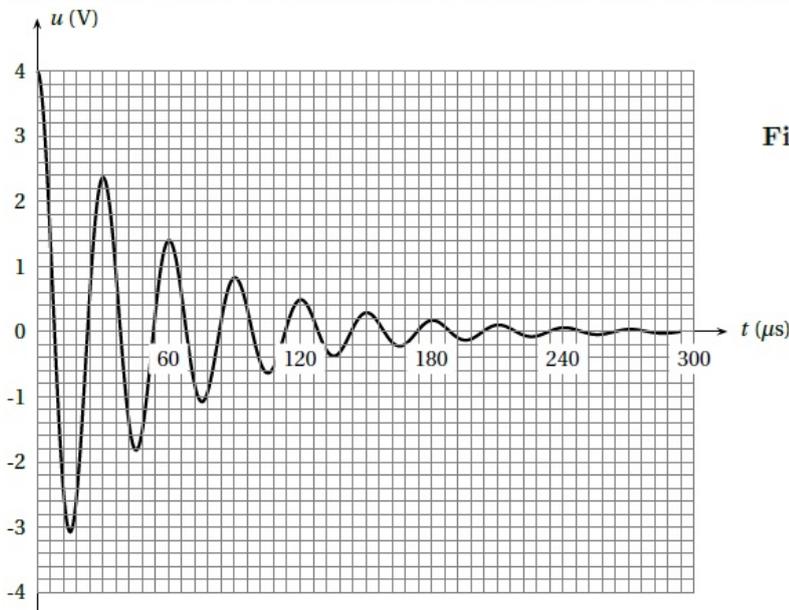


Figure 2 Oscillations libres du circuit RLC

Estimer le facteur de qualité Q du circuit.

I.A.4) On suppose $Q \gg 1$: la dissipation d'énergie par effet Joule est traitée comme une perturbation par rapport au cas du circuit non dissipatif ($R = 0$).

- a) Dans le cas où $R = 0$, établir l'expression de la valeur moyenne temporelle $\langle \mathcal{E} \rangle$ de l'énergie électrique stockée dans le circuit.
- b) Dans le cas où $R \neq 0$, montrer qu'au premier ordre en $1/Q$, l'énergie W_J dissipée par effet Joule dans le circuit RLC, pendant une période, vérifie la relation :

$$W_J = \frac{2\pi}{Q} \langle \mathcal{E} \rangle$$

Problème 2

(Banque PT 2011) **SATELLITES D'OBSERVATION TERRESTRE**

On se propose d'étudier deux satellites d'observation terrestre SPOT et ENVISAT, remplaçant des satellites ERS. SPOT fournit des images haute résolution de la Terre, dans le domaine visible et proche infra-rouge tandis que le satellite ENVISAT embarque un radar à synthèse d'ouverture, émettant des ondes radar, permettant de détecter des déplacements verticaux du sol.

Ce problème étudie différents aspects du fonctionnement de ces satellites en orbite circulaire autour de la Terre et comporte trois parties largement indépendantes :

- première partie : l'étude de la trajectoire des satellites sur leur orbite circulaire,
- deuxième partie : l'étude de deux méthodes d'observation de la Terre,

Données numériques :

constante de gravitation	$G = 6,7 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$
masse de la Terre	$M_T = 6,0 \cdot 10^{24} \text{ kg}$
rayon de la Terre	$R_T = 6400 \text{ km}$
charge élémentaire	$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
masse de l'électron	$m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
célérité de la lumière	$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$
permittivité du vide	$\epsilon_0 = 8,9 \cdot 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$

PREMIÈRE PARTIE

Satellites sur orbite circulaire

Les orbites des satellites SPOT et ENVISAT sont des trajectoires circulaires très proches. On considèrera dans toute cette partie que leurs altitudes sont identiques soit $h = 800 \text{ km}$ (voir figure 1).

A / Caractéristiques des orbites de SPOT et d'ENVISAT

Acquérir plusieurs images d'une même zone à des instants différents nécessite une bonne maîtrise des trajectoires des satellites. On se propose d'étudier certains aspects du mouvement d'un satellite (S) par rapport au référentiel géocentrique (\mathcal{R}_g) considéré comme galiléen. Le satellite de masse m , repéré par un point P est en orbite circulaire de centre O à une altitude h . On considèrera que la Terre est une sphère homogène de rayon R_T et de centre O (voir figure 1).

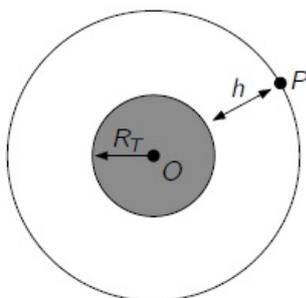


FIGURE 1 – Orbites des satellites SPOT et ENVISAT.

- A1.** Déterminer le champ gravitationnel $\vec{g}(P)$ s'exerçant au point P .
- A2.** Établir soigneusement la relation entre la période de révolution T du satellite et son altitude h . Après l'avoir calculé approximativement, déterminer laquelle des valeurs suivantes correspond à la période T de rotation du satellite :

3 min 1 h 01 min 1 h 21 min 3 h 11 min

- A3.** En déduire l'expression de la norme de la vitesse $v = \|\vec{v}\|$ en fonction de G , M_T , R_T et h . Après l'avoir calculé approximativement, déterminer laquelle des valeurs suivantes correspond à la vitesse v du satellite :

2,8 m.s⁻¹ 1200 m.s⁻¹ 4000 m.s⁻¹ 7500 m.s⁻¹

- A4.** Exprimer l'énergie potentielle E_p du satellite dans le champ de gravité de la terre en fonction de G , M_T , R_T et h .
- A5.** En déduire la relation suivante, appelée « théorème du viriel » :

$$2E_c + E_p = 0$$

La Terre est entourée d'une atmosphère qui s'oppose au mouvement du satellite. La force de frottement \vec{f} créée par l'atmosphère est proportionnelle au carré de la vitesse v du satellite et elle s'exprime par $\vec{f} = -\alpha m v \vec{v}$, où α est une constante de valeur positive.

- A6.** Déterminer la dimension de α .
- A7.** En considérant que dans ces conditions, le théorème du viriel établi précédemment est toujours valable, exprimer l'énergie mécanique du satellite E et la norme de la vitesse v en fonction de G , M_T , R_T et h .
- A8.** À partir d'un théorème énergétique en déduire que h vérifie l'équation différentielle suivante :

$$\frac{dh}{dt} = -2\alpha \sqrt{GM_T(R_T + h)}.$$

- A9.** Un satellite placé sur une orbite d'altitude $h = 800$ km subit une diminution d'altitude d'environ 1 m par révolution; on suppose que sa vitesse est, en norme, peu affectée au bout d'une révolution. On donne $\sqrt{GM_T(R_T + h)} \simeq 3,2 \cdot 10^7$ SI.

En déduire un ordre de grandeur de α (ne pas s'étonner de la petitesse du résultat). Calculer, avec la même approximation, la perte d'altitude du satellite au bout de 10 ans de fonctionnement. Le fait d'avoir une augmentation de la vitesse en présence d'une force opposée au mouvement est-il paradoxal ?

A10. D'après les résultats précédents et en considérant le rôle des satellites étudiés, discuter succinctement du choix de l'altitude de l'orbite pour ces satellites.

B / Stabilisation de l'orbite d'un satellite

La méthode de stabilisation d'altitude par gradient de gravité a été mise en œuvre pour les satellites artificiels afin qu'ils présentent vers la Terre toujours le même côté, et puissent observer la Terre à chaque instant. Elle ne requiert aucune ressource d'énergie embarquée.

Modèle : le satellite est constitué de deux points matériels M_1 et M_2 de masses identiques $m = 1/2M_S$ reliés par une tige rigide de masse nulle et de longueur 2ℓ . Le barycentre S du satellite décrit autour de la Terre une orbite circulaire de rayon $r_0 = R_T + h$ ($\ell \ll r_0$). Le référentiel géocentrique (\mathcal{R}) lié au repère $(Oxyz)$ est supposé galiléen. Le plan orbital est Oxy . Le référentiel (\mathcal{R}') défini par le repère

$(Ox'y'z')$ lié au satellite tourne autour de la Terre avec une vitesse angulaire Ω (Figure 2). Les points M_1 et M_2 sont dans le plan orbital : $\vec{OS} = r_0\vec{u}_x$, $\vec{OM}_1 = \vec{r}_1 = r_1\vec{u}_1$, $\vec{OM}_2 = \vec{r}_2 = r_2\vec{u}_2$, où \vec{u}_x , \vec{u}_1 et \vec{u}_2 sont unitaires. On appelle θ l'angle de M_1M_2 avec l'axe Ox' de (\mathcal{R}') . On cherche à déterminer les éventuelles positions d'équilibre du satellite dans le référentiel (\mathcal{R}') et leur stabilité. On suppose qu'il n'y a pas de frottements.

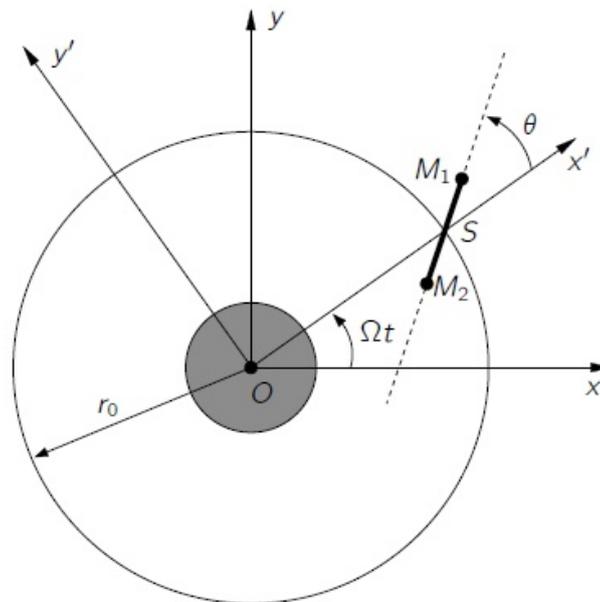


FIGURE 2 – Le satellite, son référentiel (\mathcal{R}') défini par le repère $(Ox'y')$ et le référentiel (\mathcal{R}) défini par le repère (Oxy) .

B1. Montrer, en appliquant le théorème de la résultante cinétique à S , que la troisième loi de Kepler est vérifiée, soit

$$\Omega^2 = \frac{GM_T}{r_0^3}.$$

B2. Exprimer les forces gravitationnelles \vec{F}_1 et \vec{F}_2 qui agissent sur M_1 et M_2 .

B3. Exprimer dans (\mathcal{R}') les forces d'inertie d'entraînement qui agissent sur M_1 et M_2 en fonction de m , Ω , \vec{r}_1 et \vec{r}_2 . Exprimer dans (\mathcal{R}') les forces d'inertie de Coriolis qui agissent sur M_1 et M_2 en fonction de m , Ω , \vec{SM}_1 , \vec{SM}_2 et $\dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt}$.

- B4.** Montrer que dans (\mathcal{R}') le moment des forces d'inertie de Coriolis en S est nul.
- B5.** Soit \vec{R}_1 et \vec{R}_2 , les résultantes des forces de gravitation et d'entraînement s'exerçant respectivement sur M_1 et M_2 . Montrer qu'au premier ordre en $\frac{\ell}{r_0}$, $\vec{R}_2 = -\vec{R}_1$.
- B6.** Établir que dans (\mathcal{R}') le moment résultant calculé en S des actions extérieures a pour amplitude, pour $\ell \ll r_0$,

$$\Gamma_S = 6GmM_T \frac{\ell^2}{r_0^3} \sin(\theta) \cos(\theta).$$

Préciser la direction et le sens de ce moment cinétique.

- B7.** Appliquer le théorème du moment cinétique dans (\mathcal{R}') . Établir l'équation différentielle du mouvement. Déterminer les valeurs de θ qui correspondent à une position d'équilibre dans (\mathcal{R}') .
- B8.** Faire un développement limité de l'équation du mouvement au voisinage de $\theta = 0$. Montrer que $\theta = 0$ est une position d'équilibre stable.
- B9.** À partir de la position $\theta = 0$, le satellite subit une petite perturbation qui l'écarte d'un angle θ_0 . Calculer la période des oscillations au voisinage de la position d'équilibre, pour un satellite d'altitude $h = 800$ km. Comparer cette période avec la période du satellite autour de la Terre.

DEUXIÈME PARTIE

Observation de la Terre

A / SPOT : imagerie haute résolution de la Terre

Le télescope du satellite SPOT est une combinaison catadioptrique à miroir sphérique dérivée du télescope de Schmidt-Cassegrain. Cette combinaison a été choisie pour ses performances en résolution et son bon comportement chromatique.

Préliminaire : les miroirs sphériques

- A1.** Énoncer les conditions qui permettent de réaliser l'approximation de Gauss. Quelle conséquence l'approximation de Gauss a-t-elle sur le stigmatisme et l'aplanétisme ?
- A2.** On considère un miroir sphérique convexe de centre C et de sommet S . Un objet \overline{AB} assimilable à un segment est placé perpendiculairement à l'axe optique, l'extrémité A étant située sur cet axe. Reproduire le schéma de la figure 3 sur votre copie. Placer les foyers objet F et images F' puis construire, dans le cadre de l'approximation de Gauss, l'image $\overline{A'B'}$ de \overline{AB} .

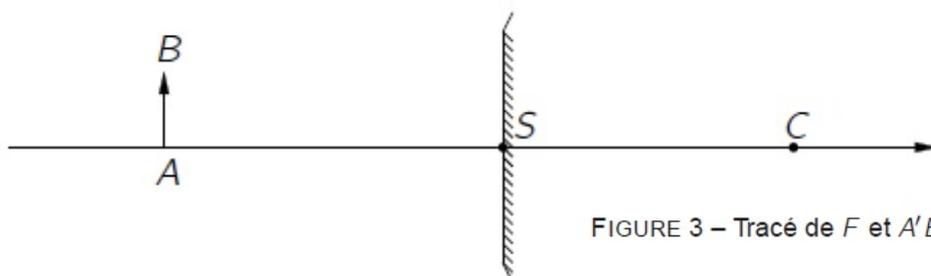


FIGURE 3 – Tracé de F et $A'B'$ à réaliser - recopier le schéma sur la copie.

A3. Rappeler le formule de conjugaison de Descartes avec origine au sommet, relative aux miroirs sphériques, reliant la position de l'objet A , à son image A' et au centre C repérés par \overline{SA} , $\overline{SA'}$ et \overline{SC} . Rappeler également la formule de grandissement avec origine au sommet.

Télescope de Schmidt-Cassegrain

On considère à présent un modèle de l'objectif du télescope de type Schmidt-Cassegrain utilisé dans les satellites SPOT.

Modèle : le télescope comprend deux miroirs sphériques en regard, associés de la manière suivante (Figure 4) :

- un miroir sphérique concave (\mathcal{M}_1) (plus simple et moins coûteux à fabriquer qu'un miroir parabolique), appelé miroir primaire, de sommet S_1 , de centre C_1 , de foyer F_1 et de rayon $R_1 = \overline{C_1S_1}$;
- un miroir sphérique convexe (\mathcal{M}_2) (pour modéliser le miroir hyperbolique), appelé miroir secondaire, de sommet S_2 , de centre C_2 , de foyer F_2 et de rayon $R_2 = \overline{C_2S_2}$.

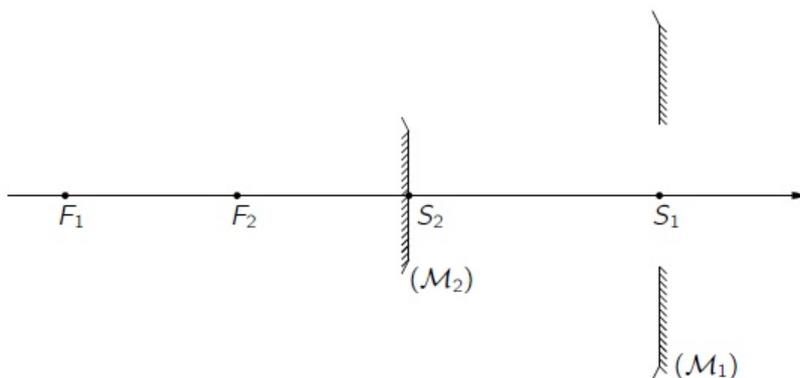


FIGURE 4 – Schéma de principe d'un télescope type Schmidt-Cassegrain.

Le miroir (\mathcal{M}_1) comprend une petite ouverture centrée en S_1 pour permettre le passage de la lumière après réflexion sur (\mathcal{M}_1) puis sur (\mathcal{M}_2). Le miroir (\mathcal{M}_2) est de petite dimension, afin de ne pas obstruer le passage de la lumière tombant sur le miroir primaire. On considérera que les miroirs sont utilisés dans les conditions de Gauss.

On observe à travers ce télescope un objet \overline{AB} , situé sur Terre à une distance $h = 800$ km du miroir (\mathcal{M}_1). A est située sur l'axe optique. L'objet étant très éloigné les rayons issus de B qui atteignent le miroir (\mathcal{M}_1) sont quasiment parallèles et forment avec l'axe optique l'angle α . Après réflexion sur (\mathcal{M}_1), ces rayons se réfléchissent sur (\mathcal{M}_2) et forment une image finale $\overline{A''B''}$ située derrière (\mathcal{M}_1).

A4. Où se situe l'image intermédiaire $\overline{A'B'}$?

A5. Déterminer la position du foyer image F' , de l'association des miroirs (\mathcal{M}_1) et (\mathcal{M}_2), en exprimant $D = \overline{S_1F'}$ en fonction de R_1 , R_2 et $d = \overline{S_2S_1}$.

A6. Exprimer le grandissement transversal γ_1 du miroir (\mathcal{M}_1), le grandissement transversal γ_2 du miroir (\mathcal{M}_2), en fonction de R_1 , d , D et h . Montrer que le grandissement total γ du télescope ainsi formé s'exprime comme :

$$\gamma = \frac{R_1(d + D)}{2h(d - \frac{R_1}{2})}$$

- A7. Calculer γ pour $R_1 = 2,0$ m, $R_2 = 25$ m et $d = 41$ cm sachant que $D = 20$ cm. On donnera le résultat à deux chiffres significatifs près. L'image finale est-elle droite ou renversée ?
- A8. Quelle serait la distance focale f'_L d'une unique lentille mince qui donnerait une image de même taille ?
- A9. Conclure en donnant le ou les avantages du montage Cassegrain par rapport au système constitué d'une seule lentille convergente.

Problème 3

(Banque PT 2010) **ETUDE DU CUIVRE ET DE SES MINERAIS**

I. Etude de minerais complexes

Le cuivre est un élément présent dans des minerais complexes. Il faut donc le séparer d'autres métaux présents dans ce même minerai. Dans le problème suivant, on étudie les bases des traitements effectués dans ce but, sur certains minerais cuprifères.

1. Séparation du cuivre et du cobalt

Il s'agit de traiter une solution de sulfates de cuivre et de cobalt. On procède par précipitation sélective des hydroxydes métalliques.

On considère un cation métallique M^{2+} dont l'hydroxyde $M(OH)_2$ est insoluble, de constante de solubilité : K_s .

1.1. Exprimer la solubilité S de l'hydroxyde en fonction de $[H_3O^+]$ et pS en fonction du pH.

1.2. Applications numériques :

Hydroxyde de cuivre ($pK_{s1} = 18,8$), et hydroxyde de cobalt ($pK_{s2} = 14,8$).

1.3. Montrer qu'il existe une zone de pH dans laquelle il est possible de précipiter 99,9 % du cuivre, sans précipiter plus de 0,1 % du cobalt, à partir d'une solution initiale à $1,0 \cdot 10^{-1}$ mol.L⁻¹ en Cu^{2+} , et $1,0 \cdot 10^{-2}$ mol.L⁻¹ en Co^{2+} .

II. Analyse d'un laiton

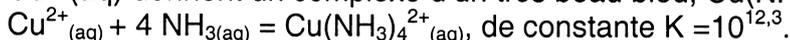
Le cuivre est un des métaux présents dans les laitons, alliages de cuivre et de zinc couramment utilisés. Généralement, ces métaux sont accompagnés d'autres éléments en faibles quantités :

Pb, As...

On envisage ici de doser le cuivre présent dans un laiton.

1. Préliminaires : le complexe « bleu céleste » ou « liqueur de Schweitzer »

En présence de molécules d'ammoniac NH_3 en quantité suffisante, les ions cuivriques $Cu^{2+}(aq)$ donnent un complexe d'un très beau bleu, $Cu(NH_3)_4^{2+}(aq)$, selon l'équation (1) :



On place, dans un bécher, 90 mL d'une solution d'ions $Cu(II)$ à 10^{-3} mol.L⁻¹.

A l'instant initial, on y ajoute 10 mL d'une solution ammoniacale, à 5 mol.L⁻¹ de NH_3 .

1.1. Déterminer le pH initial, juste après mélange des deux solutions. On donne :

$$pK_a(NH_4^+/NH_3) = 9,2.$$

1.2. Déterminer le quotient réactionnel initial $Q_{r,i}$ de la réaction (1) et en déduire le sens d'évolution spontanée du système.

1.3. Effectuer un bilan de matière : déterminer x_{eq} , concentration en complexe à l'équilibre.

1.4. Calculer $[Cu^{2+}(aq)]_{eq}$. Conclusion : existe-t-il des ions $Cu(II)$ « libres » en présence du complexant $NH_3(aq)$?

1.5. Justifier alors l'utilisation de ce complexe pour la détection de traces de $Cu(II)$ en solution aqueuse.

2. Dosage du cuivre dans un laiton

On suppose que le laiton étudié contient uniquement du cuivre et du zinc, sans impuretés.

On pèse une quantité connue de laiton (150 mg dans notre cas). Ce laiton contient autant de quantité de matière de zinc que de cuivre. Ce matériau est placé dans 10 mL d'une solution d'acide nitrique « fumant » (18 mol.L^{-1}), dans laquelle **on suppose que seul le cuivre subit l'oxydation**. L'expérimentateur ajoute 350 mL d'eau et quelques gouttes d'une solution aqueuse d'acide sulfurique concentrée (dont on ne tient pas compte par la suite).

La solution ionique ainsi obtenue est électrolysée entre électrodes de platine : l'élément cuivre est récupéré sous forme de cuivre métallique sur la cathode.

Afin d'être sûr que l'électrolyse est arrivée à son terme, et qu'il n'y ait plus d'ions $\text{Cu}^{2+}_{(\text{aq})}$ en solution, on ajoute un excès d'ammoniac NH_3 dans le milieu électrolysé. En présence de traces d'ions cuivriques, il se forme le complexe de couleur « bleu céleste », caractéristique, vu en 1.

2.1. Déterminer le pH de la solution de 360 mL avant l'attaque du cuivre, l'acide nitrique étant supposé fort.

2.2. Déterminer le nombre $n(\text{Cu})$ de moles de cuivre présentes dans l'échantillon pesé, ainsi que leur masse $m_T(\text{Cu})$.

Données numériques : $M(\text{Cu}) = 63,54 \text{ g.mol}^{-1}$; $M(\text{Zn}) = 65,37 \text{ g.mol}^{-1}$

2.3. Ecrire l'équation de la réaction (2) d'attaque du cuivre par l'acide nitrique, sachant que les couples rédox en jeu sont $\text{Cu}^{2+}_{(\text{aq})} / \text{Cu}_{(\text{s})}$ et $\text{NO}_3^-_{(\text{aq})} / \text{NO}_{(\text{aq})}$. Déterminer sa constante K°_T . Conclusion ?

Données numériques : $E^\circ(\text{Cu}^{2+}/\text{Cu}) = 0,34 \text{ V}$; $E^\circ(\text{NO}_3^-/\text{NO}) = 0,96 \text{ V}$; $RT \ln(10) / nF = 0,06 \text{ V}$

2.4. Au cours de la manipulation, on voit apparaître au-dessus de la solution un gaz roux caractéristique : le dioxyde d'azote NO_2 . Pouvez-vous expliquer sa présence ?

2.5. A la fin de l'électrolyse, on ajoute 40 ml d'une solution ammoniacale à 5 mol.L^{-1} .

Calculer le pH de la solution obtenue, avant la formation du complexe « bleu céleste ».

2.6. Pour que la coloration bleue soit visible, il faut que la concentration en complexe soit supérieure ou égale à $10^{-5} \text{ mol.L}^{-1}$. On suppose que tout l'azote apporté par la solution ammoniacale est disponible, directement ou indirectement, sous forme de NH_3 . Quelle concentration minimale d'ions $\text{Cu}^{2+}_{(\text{aq})}$ cette méthode permet-elle de détecter dans notre cas ? Dans ces conditions, quelle est la valeur de la concentration en ions $\text{Cu}^{2+}_{(\text{aq})}$ après complexation ? Conclusion.

III. La liqueur de Fehling

L'élément cuivre est présent dans certains réactifs comme la liqueur de Fehling, destinée à mettre en évidence le caractère réducteur des aldéhydes dont fait partie le glucose, de formule brute $\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6$, sucre présent dans l'organisme. Cette « liqueur » a servi jadis à doser le glucose présent dans les urines. On utilise actuellement une méthode enzymatique (glucose-oxydase), associée à un dosage colorimétrique.

1. Composition de la liqueur de Fehling

On l'obtient à partir des deux solutions initiales suivantes :

- Solution n° 1 :

Sulfate de cuivre hydraté : $\text{CuSO}_4, n\text{H}_2\text{O}$:	35 g
Acide sulfurique $\text{H}_2\text{SO}_4, 18 \text{ mol.L}^{-1}$:	5 mL
Eau distillée :	quantité suffisante pour 1 Litre

Le sulfate de cuivre hydraté se dissocie **entièrement**, à température ambiante, dans la solution, donnant des ions $\text{Cu}^{2+}_{(\text{aq})}$, $\text{SO}_4^{2-}_{(\text{aq})}$ et des molécules d'eau

La masse volumique du sulfate de cuivre utilisé est de $\rho = 2,284 \text{ g.cm}^{-3}$, et son volume molaire vaut : $V_m = 109,28 \text{ cm}^3.\text{mol}^{-1}$.

Remarque : On admet, pour simplifier, que l'acide sulfurique est un *diacide fort*.

1.1. Déterminer la valeur de n dans la formule du sulfate de cuivre hydraté.

Données numériques

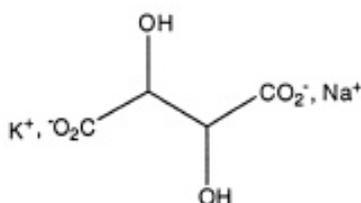
Masses molaires : $M(\text{K}) = 39 \text{ g.mol}^{-1}$; $M(\text{O}) = 16 \text{ g.mol}^{-1}$; $M(\text{Cu}) = 63,5 \text{ g.mol}^{-1}$; $M(\text{Na}) = 23 \text{ g.mol}^{-1}$; $M(\text{H}) = 1 \text{ g.mol}^{-1}$; $M(\text{S}) = 32 \text{ g.mol}^{-1}$.

1.2. Calculer le pH de la solution n° 1. Pourquoi doit-on opérer en milieu acide ? On donne le produit de solubilité : $K_s(\text{Cu}(\text{OH})_2) = 10^{-18,6}$.

1.3. Indiquer le pH maximum à ne pas dépasser si l'on souhaite que la solution reste limpide.

• Solution n° 2 :

Tartrate double de sodium et de potassium, noté NaLK :	200g
Hydroxyde de sodium NaOH	400 g
Eau distillée :	quantité suffisante pour 1 Litre



Tartrate double de sodium et de potassium, NaLK, composé ionique contenant les ions Na^+ , K^+ , L^{2-} .

La liqueur de Fehling est obtenue par le mélange, volume à volume, des deux solutions aqueuses précédentes : on obtient une solution globalement très basique, dans laquelle le cuivre est complexé sous forme de tartrate de cuivre : CuL_4^{6-} .

2. Utilisation de la liqueur de Fehling

Au cours du dosage, par la liqueur de Fehling, du sucre dans les urines, le glucose réduit l'élément cuivre du tartrate de cuivre CuL_4^{6-} ; on obtient de l'oxyde cuivreux Cu_2O , solide rouge (et des ions L^{2-}).

2.1. En milieu basique, la demi-équation-redox concernant le glucose est la suivante :



Ecrire l'autre demi-équation redox, en milieu basique.

2.2. Ecrire alors le bilan de la réaction d'oxydo-réduction.

2.3. Pour ne pas être considéré comme diabétique, la teneur acceptable, en glucose, doit être inférieure à $1,26 \text{ g.L}^{-1}$ dans le sang.

A partir d'un échantillon de 10 mL d'urine, on recueille 8 mg d'oxyde cuivreux.

Déterminer la teneur en sucre des urines testées.

2.4. Conclusion : en supposant que le résultat trouvé peut se transposer au sang, y a-t-il hyperglycémie ?