

## Exercices THERMODYNAMIQUE

### Exercice THERMO 1 - 1

Reprendre le calcul de la pression dans un gaz parfait monoatomique en adoptant le modèle suivant :

- la norme  $\|\vec{v}\|$  de toutes les molécules est identique, égale à la vitesse quadratique moyenne  $v^*$  ;
- $(\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$  désignant un trièdre cartésien, dans tout élément de volume  $d\tau$ , un sixième des molécules ont un vecteur-vitesse parallèle à chacun des six vecteurs directeurs  $\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z, -\vec{u}_x, -\vec{u}_y, -\vec{u}_z$ .

### Exercice THERMO 1 - 2

- Calculer numériquement à la surface de la Terre et de la Lune, pour une température  $T = 300$  K, la vitesse de libération  $v_\ell$  et la vitesse quadratique moyenne pour du dihydrogène et du diazote. Commenter. Données : constante de gravitation  $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$  SI ; rayon de la Terre  $R_T = 6,4 \cdot 10^6$  m ; rayon de la Lune  $R_L = 1,8 \cdot 10^6$  m ; masse de la Terre  $M_T = 6 \cdot 10^{24}$  kg ; masse de la Lune  $M_L = 7,4 \cdot 10^{22}$  kg ; masses molaires  $M_H = 2$  g.mol<sup>-1</sup> et  $M_N = 28$  g.mol<sup>-1</sup> ; constante des gaz parfaits  $R = 8,314$  J.K<sup>-1</sup>.mol<sup>-1</sup>.
- Quel devrait être l'ordre de grandeur de la température  $T$  pour que le diazote, constituant majoritaire de l'atmosphère terrestre, échappe quantitativement à l'attraction terrestre ?<sup>1</sup>

### Exercice THERMO 1 - 3

- Une mole de gaz de Van der Waals a pour équation d'état  $(p + \frac{a}{V^2})(V - b) = RT$ . Exprimer  $p$  en fonction de  $V$  et  $T$  et calculer les dérivées partielles  $(\frac{\partial p}{\partial V})_T$  et  $(\frac{\partial^2 p}{\partial V^2})_T$ .

<sup>1</sup>Exercice THERMO 1 - 2 : **1.**  $v_{\ell T} = 1,1 \cdot 10^4$  m.s<sup>-1</sup> ;  $v_{\ell L} = 1,9 \cdot 10^3$  m.s<sup>-1</sup> **2.**  $T \approx 10^5$  K

<sup>2</sup>Exercice THERMO 1 - 3 : **2.**  $V_C = 3b$ ,  $T_C = \frac{8a}{27bR}$ ,  $p_C = \frac{a}{27b^2}$  **3.**  $(\omega + \frac{3}{V^2})(3v - 1) = 8\theta$

- Montrer qu'il existe un unique état  $C$  tel que  $(\frac{\partial p}{\partial V})_T = 0$  et  $(\frac{\partial^2 p}{\partial V^2})_T = 0$ . Déterminer son volume molaire  $V_C$ , sa température  $T_C$  et sa pression  $p_C$ .
- On pose  $\theta = \frac{T}{T_C}$ ,  $v = \frac{V}{V_C}$ ,  $\omega = \frac{p}{p_C}$ . Montrer que l'équation d'état reliant  $\theta$ ,  $v$  et  $\omega$  est universelle, c'est à dire ne fait plus intervenir aucune constante dépendant du gaz.<sup>2</sup>.

### Exercice THERMO 1 - 4

Le tableau ci-dessous donne avec trois chiffres significatifs exacts le volume molaire  $V$  (en m<sup>3</sup>.mol<sup>-1</sup>) et l'énergie interne molaire  $U$  (en kJ.mol<sup>-1</sup>) de la vapeur d'eau à la température  $t = 500^\circ\text{C}$  pour différentes valeurs de la pression  $p$  en bars. On donne  $R = 8,314$  J.K<sup>-1</sup>.mol<sup>-1</sup>.

p	1	10	20	40	70	100
V	6,43.10 <sup>-2</sup>	6,37.10 <sup>-3</sup>	3,17.10 <sup>-3</sup>	1,56.10 <sup>-3</sup>	8,68.10 <sup>-4</sup>	5,90.10 <sup>-4</sup>
U	56,33	56,23	56,08	55,77	55,47	54,78

- Justifier sans calcul que la vapeur d'eau ne se comporte pas comme un gaz parfait. On se propose d'adopter le modèle de Van der Waals pour lequel on a :  $(p + \frac{a}{V^2})(V - b) = RT$  et  $U = U_{GP}(T) - \frac{a}{V}$ . Calculer le coefficient  $a$  en utilisant les énergies internes des états à  $p = 1$  bar et à  $p = 100$  bars. Quelles valeurs obtient-on alors pour  $U$  à  $p = 40$  bars ? Quelle température obtient-on alors en utilisant l'équation d'état avec  $p = 40$  bars et  $V = 1,56 \cdot 10^{-3}$  m<sup>3</sup>.mol<sup>-1</sup>. Conclure sur la validité du modèle.

**2** – On réalise une détente **isochore** c'est à dire à volume constant d'une mole de vapeur d'eau de l'état initial  $I$  ( $T_I = 500^\circ\text{C}$ ,  $p_I = 100$  bars) jusqu'à l'état final  $F$  ( $T_F = ?$ ,  $p_F = 70$  bars). Le tableau ci-dessous donne le volume molaire (en  $\text{m}^3 \cdot \text{mol}^{-1}$ ) et l'énergie interne molaire  $U$  (en  $\text{kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$ ) de la vapeur d'eau à la température sous  $p = 70$  bars pour différentes valeurs de la température en  $^\circ\text{C}$ . Déterminer la température finale  $T_F$  et la variation d'énergie interne  $U_F - U_I$ .<sup>3</sup>

t	300	320	340	360	380	400
V	$5,31 \cdot 10^{-4}$	$5,77 \cdot 10^{-4}$	$6,18 \cdot 10^{-4}$	$6,54 \cdot 10^{-4}$	$6,87 \cdot 10^{-4}$	$7,20 \cdot 10^{-4}$
U	47,30	48,38	49,32	50,17	50,96	51,73

### Exercice THERMO 1 – 5

Un kilogramme d'eau liquide est caractérisée dans un certain domaine de températures et de pressions autour de l'état 0 où  $p_0 = 1$  bar,  $T_0 = 293$  K et  $V_0 = 10^{-3}$   $\text{m}^3$ , par un coefficient de dilatation isobare  $\alpha = 3 \cdot 10^{-4}$   $\text{K}^{-1}$  et par un coefficient de compressibilité isotherme  $\chi_T = 5 \cdot 10^{-10}$   $\text{Pa}^{-1}$  constants.

- Établir l'équation d'état  $V = f(p, T)$  de ce liquide.
- Calculer son volume molaire sous  $p = 1000$  bars à  $T = 293$  K et commenter.
- Un kilogramme d'eau liquide est enfermée dans une bouteille de volume  $V_0$  constant. Par suite d'un incendie, la température passe de  $T_0 = 293$  K à  $T = 586$  K. Calculer la pression  $p$  dans le récipient et commenter. Reprendre le calcul pour un gaz parfait et commenter.<sup>4</sup>

<sup>3</sup>Exercice THERMO 1 – 4 : **2.**  $T_F = 599$  K ;  $U_F - U_I = -6,12$   $\text{kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$

<sup>4</sup>Exercice THERMO 1 – 5 : **1.**  $\ln\left(\frac{V}{V_0}\right) = \alpha(T - T_0) - \chi_T(p - p_0)$  ; **2.**  $V = 0,95 \cdot 10^{-3}$   $\text{m}^3$  ; **3.**  $p = 1,8 \cdot 10^3$  bars ;  $p_{GP} = 2$  bars

<sup>5</sup>Exercice THERMO 1 – 6 :  $B_1(T) = b - \frac{a}{RT}$  ;  $B_2(T) = b^2$

<sup>6</sup>Exercice THERMO 2 – 1 :  $z = \frac{\omega^2 r^2}{2g} + \text{const}$  avec  $r$  distance à l'axe

<sup>7</sup>Exercice THERMO 2 – 2 : **2.**  $\vec{F} = \rho g R h^2 \vec{e}_x$

### Exercice THERMO 1 – 6

L'équation d'état d'une mole d'un gaz réel peut se mettre sous la forme d'un développement en puissance de  $\frac{1}{V}$  de la forme :

$$pV = RT \left[ 1 + \frac{B_1(T)}{V} + \frac{B_2(T)}{V^2} + \frac{B_3(T)}{V^3} + \dots \right]$$

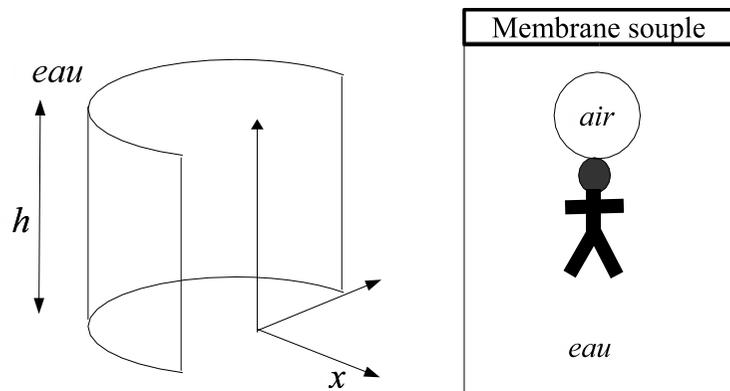
Etablir l'expression des coefficients  $B_1(T)$  et  $B_2(T)$  pour un gaz de Van der Waals en fonction de  $a$ ,  $b$  et  $T$ .<sup>5</sup>

### Exercice THERMO 2 – 1

Un récipient cylindrique de rayon  $R$  est rempli d'eau sur une hauteur  $h$  et plongé dans une atmosphère où la pression  $p_0$  est uniforme. Il est mis en rotation à la vitesse angulaire constante  $\omega$  autour de son axe ( $Oz$ ) vertical, et au bout d'un certain temps, on atteint un état d'équilibre dans le référentiel tournant. Déterminer dans cet état l'équation de la surface libre de l'eau.<sup>6</sup>

### Exercice THERMO 2 – 2

- Un barrage parallépipédique de largeur  $L$  et d'épaisseur  $e$  est rempli d'eau sur une hauteur  $h$ . Déterminer la résultante des forces exercées par l'air et l'eau.
- Même question pour un barrage héli-cylindrique de rayon  $R$ .<sup>7</sup>

**Exercice THERMO 2 – 3**

Un ludion est un personnage solidaire d'une petite sphère souple renfermant de l'air. Il est placé dans une éprouvette pratiquement pleine d'eau et fermée par une membrane souple. Lorsqu'on appuie sur la membrane, le ludion auparavant à l'équilibre tombe au fond de l'éprouvette. Pourquoi ?

**Exercice THERMO 2 – 4**

L'enveloppe d'un aérostat a un volume constant  $V$ . Elle est remplie d'hydrogène de masse molaire  $M_1$ . Une valve y maintient une pression toujours égale à la pression extérieure. La nacelle, l'enveloppe et les deux passagers ont une masse  $m_1$ . La pression au sol est  $p_0$ , la température  $T_0$ . Dans ces conditions la masse volumique de l'air de masse molaire  $M_2$  est  $\rho_0$ .

1. Quelle masse  $m_2$  de lest faut-il emporter pour que le ballon reste au sol ?
2. On suppose l'atmosphère isotherme. Quelle relation y a-t-il entre la masse volumique de l'air  $\rho$  à l'altitude  $h$  et  $h$  ?
3. Quelle est l'altitude maximale atteint par le ballon en délestant au maximum ? Faire l'application numérique<sup>8</sup> pour  $V = 700 \text{ m}^3$ ;  $M_1 = 2$ ;  $m_1 = 447 \text{ kg}$ ;  $p_0 = 1 \text{ bar}$ ;  $T_0 = 300 \text{ K}$ ;  $M_2 = 29$ ;  $\rho_0 = 1,18 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ ;  $g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ .

<sup>8</sup>Exercice THERMO 2 – 4 : **1.**  $m_2 = 322 \text{ kg}$ ; **3.**  $h_{\max} = 5080 \text{ m}$

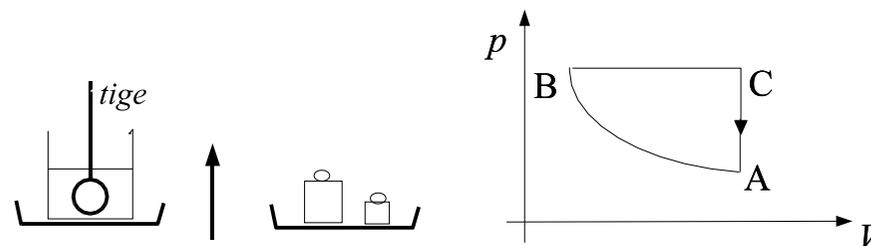
<sup>9</sup>Exercice THERMO 2 – 5 :  $p_{\text{centre}} = 1,3 \cdot 10^{14} \text{ Pa}$

**Exercice THERMO 2 – 5**

On assimile le Soleil à un astre sphérique de centre  $O$  et de rayon  $R = 7 \cdot 10^8 \text{ m}$ , incompressible et homogène de masse  $M_S = 2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$ . En  $M$  à l'intérieur du Soleil, le champ gravitationnel est  $\vec{G}(M) = -\frac{GM_S}{R^3} \vec{OM}$  avec  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ SI}$ . Calculer la pression au centre du Soleil en négligeant la pression à la surface.<sup>9</sup>

**Exercice THERMO 2 – 6**

Sur les plateaux d'une balance sont posés d'un côté un bécher rempli d'eau de masse volumique  $\rho$  et de l'autre des masses marquées  $m$  assurant l'équilibre. On plonge dans l'eau du bécher, un flotteur homogène de volume  $V$  et de masse volumique  $\rho'$ , que l'on maintient fixe en exerçant une force  $F$  sur une tige solidaire du flotteur. Comment réagit la balance (pas de calcul) ? Quelle masse faut-il ajouter ou retrancher pour retrouver l'équilibre ?

**Exercice THERMO 3 – 1**

Une mole de gaz parfait monoatomique contenu dans un cylindre décrit de manière quasi-statique et mécaniquement réversible le cycle ABCA : l'évolution AB est isotherme à la température  $T_A = 301 \text{ K}$ . En A,  $P_A = 1,0 \text{ bar}$ . L'évolution BC est isobare à la pression  $P_B = 5,0 \text{ bar}$ . L'évolution CA est isochore.

1. Calculer les volumes  $V_A$ ,  $V_B$  et  $V_C$  et la température  $T_C$ .

- Calculer le travail et le transfert thermique reçus par le gaz au cours de chacune des évolutions  $AB$ ,  $BC$  et  $CA$ . Calculer leur somme et commenter.<sup>10</sup>

### Exercice THERMO 3 – 2

Une mole d'un gaz réel monoatomique d'équation d'état  $(p + \frac{a}{V^2})V = RT$  et d'énergie interne  $U = \frac{3RT}{2} - \frac{a}{V}$  décrit le même cycle qu'à l'exercice THERMO 3 – 1. On donne  $T_A = 301$  K;  $V_A = 5,0$  L;  $V_B = 0,5$  L et  $a = 0,135$  SI.

- Calculer les pressions  $p_A$ ,  $p_B$  et  $p_C$  et la température  $T_C$ .
- Calculer le travail et le transfert thermique reçus par le gaz au cours de chacune des évolutions  $AB$ ,  $BC$  et  $CA$ .<sup>11</sup>

### Exercice THERMO 3 – 3

Une mole de gaz parfait de capacité thermique à volume constant  $C_{Vm} = \frac{5R}{2}$  est enfermée dans un cylindre vertical calorifugé fermé par un piston mobile calorifugé de section  $S = 0,01$  m<sup>2</sup> en contact avec une atmosphère extérieure à la pression constante  $p_0$ . Initialement, le gaz est en équilibre à la température  $T_0 = 300$  K. On donne  $g = 9,81$  m.s<sup>-2</sup> et  $p_0 = 1$  bar.

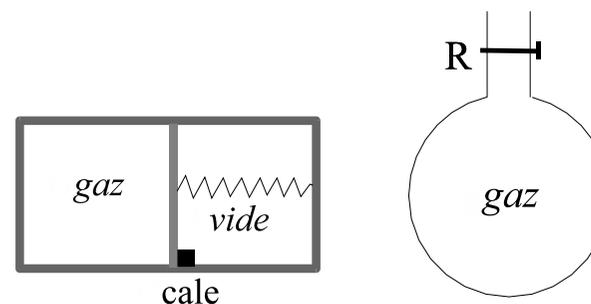
- On pose sur le piston une masse  $M = 102$  kg et on laisse le système évoluer. Déterminer la pression  $p_1$  et la température  $T_1$  lorsqu'on atteint le nouvel équilibre (état 1).
- À partir de l'état 1, on enlève la masse  $M$  et on laisse le système évoluer. Déterminer la pression  $p_2$  et la température  $T_2$  lorsqu'on atteint le nouvel équilibre (état 2).<sup>12</sup>

### Exercice THERMO 3 – 4

On considère un piston calorifugé mobile dans un cylindre calorifugé horizontal de section constante  $S = 500$  cm<sup>2</sup>. Le compartiment de gauche contient  $n = 0,01$  mol d'un gaz parfait de coefficient  $\gamma = 1,40$  et

le compartiment de droite est soumis à un vide poussé; le piston est relié à un ressort de raideur  $k = 10^4$  N.m<sup>-1</sup>

- Initialement le piston est coincé par une cale, le ressort n'est pas tendu, la pression du gaz vaut  $p_0 = 0,241$  bar, sa température  $T_0 = 290$  K. Calculer le volume  $V_0$  occupé initialement par le gaz.
- On supprime la cale. Le système évolue vers un nouvel état d'équilibre. Déterminer l'allongement du ressort  $x_F$ , le volume final du gaz  $V_F$ , sa pression finale  $p_F$ , sa température finale  $T_F$  et le travail qu'il a reçu.<sup>13</sup>



### Exercice THERMO 3 – 5

Un ballon de volume  $V_0 = 10$  L contient un gaz que l'on supposera parfait, à la température ambiante  $T_0 = 295$  K et sous une pression  $p_1$  supérieure à la pression atmosphérique  $p_0$ . On ouvre et on referme rapidement le robinet (R), ce qui provoque une détente adiabatique du gaz. La pression du gaz contenu dans le ballon passe alors de  $p_1$  à  $p_0$ . Du fait de la détente la température du gaz a baissé, et lorsque sa température est à nouveau à  $T_0$ , sa pression est  $p_2$ . Les pressions peuvent par exemple être mesurées avec un manomètre assez sensible (ou au moyen d'un tube en U rempli d'un liquide de masse volumique connue).

- Quel système choisir ?

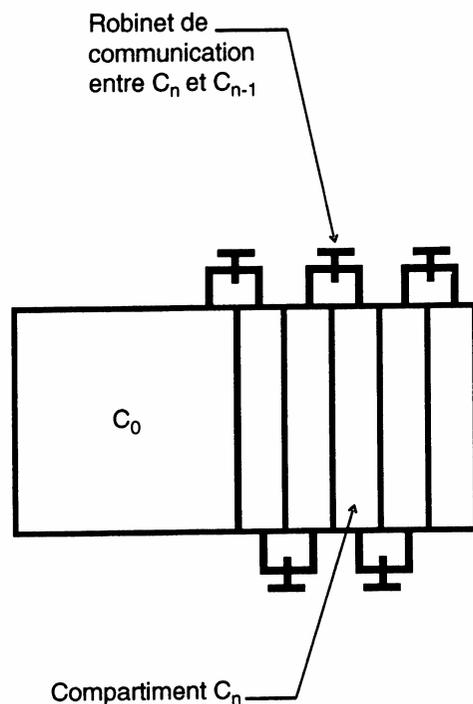
<sup>10</sup>Exercice THERMO 3 – 1 : **1.**  $V_A = 25,0$  L;  $V_B = 5,0$  L;  $V_C = 25,0$  L;  $T_C = 1505$  K

<sup>11</sup>Exercice THERMO 3 – 2 : **1.**  $p_A = 4,95$  bars;  $p_B = p_C = 44,65$  bars;  $T_C = 2688$  K

<sup>12</sup>Exercice THERMO 3 – 3 : **1.**  $p_1 = 2,0$  bars,  $T_1 = 386$  K; **2.**  $p_2 = 1,0$  bars,  $T_2 = 331$  K

<sup>13</sup>Exercice THERMO 3 – 4 : **1.**  $V_0 = 1,00$  L; **2.**  $V_F = 2,86$  L;  $x_F = -3,72$  cm;  $p_F = 7,44 \cdot 10^3$  Pa;  $T_F = 256$  K;  $W = -7$  J

- Représenter en coordonnées de Clapeyron la transformation subie par le système.
- On suppose la transformation d'amplitude infinitésimale ( $p_1$  était peu différente de  $p_0$ ) : on la supposera donc réversible. En déduire  $\gamma$  en fonction de  $p_1$ ,  $p_0$  et  $p_2$ . AN pour  $p_1 - p_0 = 1,4 \cdot 10^3$  Pa et  $p_2 - p_0 = 400$  Pa.
- On reprend la même expérience, mais on ouvre le robinet (R) en grand. De ce fait la transformation n'est plus réversible, par contre on pourra la supposer monobare. Reprendre la question précédente dans ces conditions (on supposera toujours la détente adiabatique). Commentaires.



### Exercice THERMO 4 - 1

On considère le dispositif représenté sur la figure ci-dessus : un récipient calorifugé est partagé en  $N + 1$  compartiments calorifugés et

communiquant par des petits robinets ( $R_n$ ) ; le volume de ( $C_0$ ) est  $V_0$ , et le volume des autres compartiments est  $\frac{V_0}{N}$ . Initialement le compartiment ( $C_0$ ) contient une mole de gaz parfait en équilibre dans l'état  $E_0$  à la température  $T_0$  et la pression  $p_0$ , et les autres compartiments sont vides. On ouvre successivement les robinets ( $R_n$ ) en attendant pour ouvrir ( $R_{n+1}$ ) que le gaz atteigne un état d'équilibre  $E_n$  à la température  $T_n$  et la pression  $p_n$ .

- Déterminer les températures  $T_n$ , les pressions  $p_n$  et les volumes  $V_n$  occupés par le gaz dans les états  $E_n$  successifs, pour  $N \rightarrow +\infty$ . Placer les points représentatifs des états successifs  $E_n$  dans le diagramme de Clapeyron du gaz.
- Calculer la variation d'entropie  $S_{n+1} - S_n$  entre deux états  $E_n$  successifs et en déduire la variation d'entropie totale entre l'état  $E_0$  et l'état  $E_N$ .
- L'évolution  $E_0 \rightarrow E_N$  est-elle réversible dans la limite où  $N$  tend vers l'infini ? Est-elle quasi-statique ? <sup>14</sup>

### Exercice THERMO 4 - 2

Lors de la liquéfaction de l'air, on réalise une compression isotherme et réversible de  $m = 1$  kg d'air de l'état  $E_1$  ( $p_1 = 1,0$  bar ;  $T_1 = 290$  K ;  $u_1 = 368$  kJ.kg<sup>-1</sup>,  $s_1 = 4,40$  kJ.K<sup>-1</sup>.kg<sup>-1</sup>) jusqu'à l'état  $E_2$  ( $p_2 = 200$  bar ;  $T_2 = 290$  K ;  $u_2 = 338$  kJ.kg<sup>-1</sup>,  $s_2 = 2,68$  kJ.K<sup>-1</sup>.kg<sup>-1</sup>) dans un compresseur fermé.

- En utilisant les deux principes, calculer la chaleur  $Q$  et le travail  $W$  reçus par l'air dans le compresseur.
- Comparer  $Q$  et  $W$  avec les valeurs  $Q'$  et  $W'$  qu'on aurait obtenu en adoptant pour l'air le modèle de gaz parfait de masse molaire  $M = 29$  g.mol<sup>-1</sup>. <sup>15</sup>

### Exercice THERMO 4 - 3

Dans une machine à vapeur, au cours de sa phase motrice, une mole de vapeur d'eau se détend dans un cylindre calorifugé et fermé de l'état  $A$  ( $P_A = 40$  bars,  $T_A = 773$  K) jusqu'à l'état  $B$  ( $P_B = 1$  bars,  $T_B = 373$  K). On donne les valeurs suivantes pour une mole d'eau :

<sup>14</sup>Exercice THERMO 4 - 1 : 2.  $S_N - S_0 = R \ln 2$

<sup>15</sup>Exercice THERMO 4 - 2 : 1.  $Q = -449$  kJ.kg<sup>-1</sup> ;  $W = 469$  kJ.kg<sup>-1</sup>

	Volume $\text{m}^3 \cdot \text{mol}^{-1}$	Énergie interne $\text{kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$	Entropie $\text{kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$
état A	$1,556 \cdot 10^{-3}$	55,77	0,1275
état B	$3,060 \cdot 10^{-2}$	45,08	0,1325

- Calculer le travail reçu  $W$  par la vapeur d'eau pour l'évolution  $AB$ . Est-ce réversible ?
- On modélise l'évolution  $AB$  par une évolution polytropique d'indice  $k$  ( $pV^k = \text{const}$ ). Déterminer  $k$  et une estimation  $W'$  de  $W$  dans le cadre de ce modèle. Commentaires.
- On réalise une détente réversible entre  $A$  et  $B$  représentée par une évolution rectiligne dans diagramme  $(T,S)$ . Déterminer la chaleur  $Q^*$  et le travail  $W^*$  pour cette détente. Commentaires.<sup>16</sup>

#### Exercice THERMO 4 – 4

Dans le domaine de température et de pression considéré une mole d'un gaz monoatomique est décrit par l'entropie :  $S(U, V) = S_0 + \frac{3R}{2} \ln\left(\frac{U}{U_0}\right) + R \ln\left(\frac{V-b}{V_0-b}\right)$  où  $S_0$ ,  $U_0$  et  $V_0$  correspondent à un état de référence,  $b = 2 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3$  et  $R = 8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$ .

- Une mole de ce gaz est, à  $t = 0$ , en équilibre dans un cylindre calorifugé de volume  $V_I = 10b$  à la température  $T_I = 300 \text{ K}$ . On réalise une détente réversible faisant passer le volume de  $V_I$  à  $V_F = 2V_I$ . Déterminer les pressions initiale et finale, la température finale et le travail  $W$  reçu par le gaz.
- On réalise une détente de Joule Gay-Lussac d'une mole de ce gaz avec  $V_I = 10b$  et  $T_I = 300 \text{ K}$ . A l'équilibre  $V_F = 2V_I$ . Calculer la température finale, la pression finale et l'entropie créée.<sup>17</sup>

#### Exercice THERMO 5 – 1

Des glaçons flottent à la surface de l'eau dans un verre. Que peut-on en conclure qu'en à la masse volumique de la glace et de l'eau liquide ? Lorsque les glaçons ont fondu, le niveau de l'eau dans le verre est-il monté ? descendu ? resté inchangé ?

<sup>16</sup>Exercice THERMO 4 – 3 : **2.**  $W' = -13,3 \text{ kJ}$  ; **3.**  $Q^* = 2,87 \text{ kJ}$  ,  $W^* = -13,6 \text{ kJ}$

<sup>17</sup>Exercice THERMO 4 – 4 : **1.**  $p_I = 139 \text{ bars}$  ;  $p_F = 40 \text{ bars}$  ;  $T_F = 182 \text{ K}$  ;  $W = -1,47 \text{ kJ}$  **2.**  $T_F = 300 \text{ K}$  ;  $p_F = 66 \text{ bars}$  ;  $S_C = 6,21 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$

<sup>18</sup>Exercice THERMO 5 – 2 : **1.**  $x_V(F) = 0,833$  ; **2.**  $x_V(F) = 0,826$

#### Exercice THERMO 5 – 2

Dans un cycle de machine à vapeur, la phase motrice est une détente de la vapeur d'eau dans un cylindre fermé par un piston mobile. On supposera que cette détente est adiabatique et réversible. L'état initial  $I$  correspond à une vapeur saturante sèche ( $x_V(I) = 1$ ) à la température  $T_1 = 485 \text{ K}$  et à la pression  $p_1 = \Pi(T_1) = 20 \text{ bars}$ . L'état final  $F$  correspond à une vapeur saturante à la température  $T_2 = 375 \text{ K}$  et à la pression  $p_2 = \Pi(T_2) = 1 \text{ bar}$ . On cherche à déterminer le titre en vapeur  $x_V(F)$  dans l'état final.

		$x_V = 0$			$x_V = 1$		
$T$ K	$p$ bars	$v_L$ $\text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$	$h_L$ $\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$	$s_L$ $\text{kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$	$v_V$ $v_V$	$h_V$ $h_V$	$s_V$ $s_V$
485	20	$1,18 \cdot 10^{-3}$	909	2,45	0,0998	2801	6,35
373	1	$1,04 \cdot 10^{-3}$	418	1,30	1,70	2676	7,36

- en utilisant les données du tableau :
- sans le tableau mais en utilisant l'enthalpie de vaporisation  $\ell_1 = 1892 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$  à  $T_1 = 485 \text{ K}$ ,  $\ell_2 = 2258 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$  à  $T_2 = 373 \text{ K}$  et la capacité thermique massique de l'eau  $c = 4,18 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$ .<sup>18</sup>

#### Exercice THERMO 5 – 3

Dans une machine frigorifique, un fréon subit une détente de Joule-Kelvin de l'état  $(A)$  à l'état  $(B)$  ;  $x$  désignant le titre en vapeur, on donne :  $T_A = 303 \text{ K}$ ,  $p_A = \Pi(T_A) = 7,5 \text{ bars}$ ,  $x_A = 0$  et  $T_B = 263 \text{ K}$ ,  $p_B = \Pi(T_B) = 2,2 \text{ bars}$ , l'enthalpie de vaporisation à  $T = 263 \text{ K}$  notée  $\ell_{263} = 159 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$  et la capacité thermique massique du fréon liquide  $c = 0,96 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$  supposée indépendante de la température.

- Représenter la situation sur un diagramme  $pV$ .
- En calculant la variation d'enthalpie  $h_B - h_A$ , calculer le titre massique en vapeur  $x_B$  dans l'état final

3. Déterminer la variation d'entropie massique du fluide  $s_B - s_A$ .<sup>19</sup>

### Exercice THERMO 5 – 4

Un récipient fermé et indéformable, de volume  $V = 1,00$  L, contient de la vapeur d'eau saturante dans l'état initial  $I$  ( $T_I = 485$  K,  $p_I = \Pi(T_I) = 20$  bars,  $x_V(I) = 1$ ). On le met en contact avec un thermostat à température  $T_0 = 373$  K. Déterminer :

1. l'état d'équilibre final  $F$ ,
2. le transfert thermique  $Q$  algébriquement reçu par l'eau,
3. la variation d'entropie de l'eau, l'entropie échangée par l'eau et l'entropie créée au cours de l'évolution  $I \rightarrow F$  ; On utilisera le tableau des extraits des tables thermodynamiques de l'eau qui se trouve dans l'exercice THERMO 5 – 2.<sup>20</sup>

### Exercice THERMO 6 – 1

1. Un fluide décrit une évolution réversible décrite par un cycle dans un diagramme  $(T, S)$ . Montrer que l'aire représente au signe près le travail reçu.
2. Dans un diagramme  $(p, V)$  d'un fluide, on trace un réseau d'isotherme  $T_n = n\Delta T$  et un réseau d'isentropiques  $S_n = n\Delta S$ . Justifier dans le cas particulier où le fluide est un gaz parfait que la pente de l'isentropique passant par un point  $A$  est plus grande en valeur absolue que la pente de l'isotherme passant par  $A$ . Montrer que les aires découpées par le réseau d'isothermes et d'isentropiques sont égales.

### Exercice THERMO 6 – 2

Une mole de gaz parfait est prise à la température  $T_1 = 285$  K sous la pression  $p_1 = 1$  bar. On lui fait décrire le cycle suivant ne comportant que des transformations réversibles :

- compression adiabatique  $AB$  amenant le gaz à la température  $T_2 = 320$  K ;

- compression isotherme  $BC$  amenant le gaz à la pression  $p_3 = 2$  bars ;
- détente adiabatique  $CD$  amenant le gaz à la température  $T_1$  ;
- détente isotherme  $DA$ .

1. Représenter le cycle en coordonnées de CLAPEYRON, puis dans un diagramme  $(T, S)$ .
2. Calculer le travail fourni par le milieu extérieur.
3. Déterminer la quantité de chaleur cédée à la source chaude.
4. En supposant qu'il s'agisse du cycle d'une pompe à chaleur, calculer l'efficacité thermique de ce cycle. AN :  $\gamma = 1,4$ .<sup>21</sup>

### Exercice THERMO 6 – 3

De l'air assimilé à un gaz parfait, décrit un cycle de Beau de Rochas  $ABCD$ . Ce cycle est constitué de deux adiabatiques réversibles qui alternent avec deux isochores. On notera  $C$  le point de température la plus élevée  $T_C$ ,  $A$  le point de température la plus basse  $T_A$ .  $V_1$  est le volume des points  $B$  et  $C$  et  $V_2$  avec  $V_2 > V_1$  celui des points  $A$  et  $D$ . On supposera que le coefficient  $\gamma$  est constant et que le gaz fournit le travail maximum.

1. Dessiner le cycle dans un diagramme de CLAPEYRON.
2. Calculer le taux de compression  $a = \frac{V_2}{V_1}$  en fonction de  $T_A$ ,  $T_C$  et  $\gamma$ .
3. Montrer que  $T_B = T_D = \sqrt{T_A T_C}$ .
4. On suppose que  $\gamma = 1,4$ ,  $T_A = 298$  K et  $a = 9$ . Calculer  $T_B$ ,  $T_C$  et  $T_D$ . Commentaires.
5. On suppose maintenant que  $\gamma = 1,4$  et  $T_A = 298$  K mais que  $T_C$  ne dépasse pas 1100 K. Calculer  $a$ . Conclure.<sup>22</sup>

### Exercice THERMO 6 – 4

De l'air, assimilable au gaz parfait, se détend dans une tuyère dont les surfaces d'entrée et de sortie sont respectivement égales à  $A_1$  et  $A_2$ . A l'entrée, l'air est à la température  $T_1 = 150^\circ$  C et sa pression est

<sup>19</sup>Exercice THERMO 5 – 3 : **1.**  $x_B = 0,24$  ; **2.**  $s_B - s_A = 9,2$  J.K<sup>-1</sup>.kg<sup>-1</sup>

<sup>20</sup>Exercice THERMO 5 – 4 : **1.**  $x_V(F) = 5,81.10^{-2}$  ; **2.**  $Q = -20,6$  kJ ; **3.**  $S_F - S_I = -47,0$  J.K<sup>-1</sup> ,  $S_e = -55,3$  J.K<sup>-1</sup> ,  $S_c = +8,3$  J.K<sup>-1</sup>

<sup>21</sup>Exercice THERMO 6 – 2 : **4.**  $e = 9,22$

<sup>22</sup>Exercice THERMO 6 – 3 : **4.**  $T_B = 715$  K et  $T_C = 1728$  K ; **5.**  $a = 5,1$

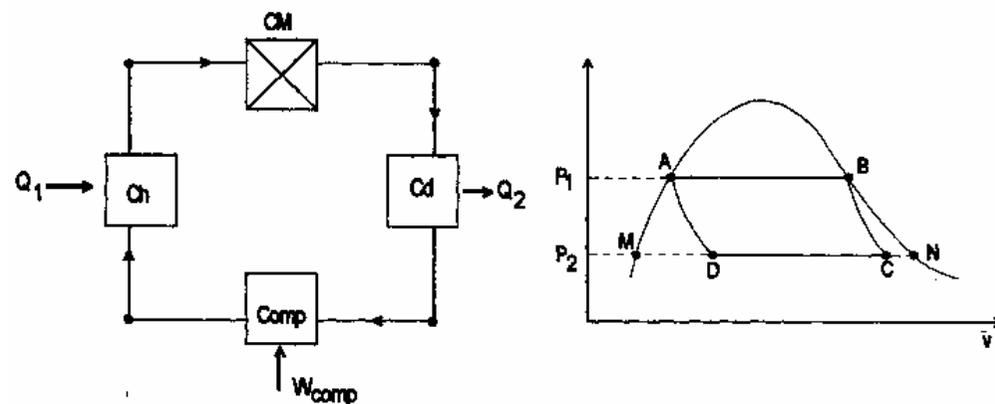
$P_1 = 2 \text{ bar}$  ; à la sortie sa température est  $T_2$  et sa pression  $P_2 = 1 \text{ bar}$ . L'écoulement de l'air est permanent et son débit massique est  $D$ . Pour l'air, on donne  $\gamma = 1,4$  et  $M = 29 \text{ g.mol}^{-1}$ . La constante des gaz parfait est  $R = 8,31 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$ .

1. En explicitant le débit massique, montrer que  $A_1 v_1 \rho_1 = A_2 v_2 \rho_2$  où  $v_1$  et  $v_2$  désignent les vitesses d'écoulement à l'entrée et à la sortie et  $\rho_1$  et  $\rho_2$  les masses volumiques à l'entrée et à la sortie.
2. Appliquer le premier principe appliqué à un système ouvert en supposant la tuyère horizontale et calorifugée. En déduire une expression de  $v_2^2 - v_1^2$ .
3. En supposant la détente isentropique en première approximation, calculer la température  $t_2$  de sortie du gaz.
4. Déterminer les vitesses  $v_1$  et  $v_2$  d'entrée et de sortie du gaz. On prendra pour l'AN  $\frac{A_1}{A_2} = 10$ .
5. Quelle est la puissance maximale théorique utilisable mécaniquement sachant que la surface d'entrée est égale à  $400 \text{ cm}^2$  ?  
23

### Exercice THERMO 6 – 5

On considère une machine thermique, à un cylindre moteur, fonctionnant de façon cyclique réversible. Le fluide subissant les transformations est de l'eau.

- A la sortie de la chaudière (Ch) l'eau est sous forme de vapeur saturante ( $P_1, T_1$ ).
- Elle ressort du cylindre moteur adiabatique (CM) dans l'état diphasé C.
- Elle subit une liquéfaction partielle dans le condensateur (Cd) à  $P_2, T_2$  fixées.
- Le compresseur adiabatique amène le fluide à l'état liquide (A).
- La chaudière vaporise complètement l'eau à  $P_1$  et  $T_1$  constantes ( $A \rightarrow B$ ).



On utilisera les valeurs suivantes :

- $P_1 = 40 \text{ bar}$  ;  $T_1 = 250^\circ\text{C}$  ;
- $P_2 = 0,5 \text{ bar}$  ;  $T_2 = 45^\circ\text{C}$ .

On donne, avec  $h$  enthalpie massique en  $\text{kJ.kg}^{-1}$  et  $s$  entropie massique en  $\text{kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$

	A	B	M	N
$h$	1083	2796	188	
$s$	2,80		0,627	8,15

1. Compléter le tableau.
2. Calculer le titre  $x$  en vapeur dans les états C et D.
3. Déterminer le travail utile  $w'$  (par kg d'eau).
4. Donner également, et pour 1 kg d'eau, les énergies thermiques fournies,  $q_1$  par la chaudière et  $q_2$  par le condensateur.
5. Définir et calculer le rendement de l'installation.<sup>24</sup>

<sup>23</sup>Exercice THERMO 6 – 4 : **3.**  $t_2 = 74^\circ\text{C}$  ; **4.**  $v_1 = 23,8 \text{ m.s}^{-1}$  et  $v_2 = 390 \text{ m.s}^{-1}$  ; **4.** 120 kW

<sup>24</sup>Exercice THERMO 6 – 5 : **2.**  $x_C = 0,72$  et  $x_D = 0,29$  ; **5.**  $\rho = 0,39$